参考答案

第1讲　一元二次方程及其解法

练一练

巩固演练

1.C　2.B　3.D　4.C　5. A　6.3　−2　−1

7.$a\neq2$　8.$2x^2-9x-2=0$　9.−1　10.−1　$\frac{1}{2}$

11.解：(1)$x_1=1-\sqrt{2}$，$x_2=1+\sqrt{2}$　(2)$x_1=-1$，$x_2=-5$

12.解：(1)−1　−2 018　(2)$a^2+2a+b=2\ 017$.

13.(1)证明：$\because\Delta=(m+3)^2+4>0$，$\therefore$方程总有两个不相等的实数根．(2)解：任取一个$m$值，比如，取$m=1$，方程化为$x^2-5=0$，$\therefore x_1=-\sqrt{5}$，$x_2=\sqrt{5}$.

提高演练

1.B　2.D　3.−2　4.1

5.解：(1)$x_1=3$，$x_2=1$　(2)$a_1=a_2=2$　(3)$x_1=2$，$x_2=4$

测一测

1.A　2.D　3.A　4.A　5.B　6.C　7.D　8.D

9.$x^2-3x-1=0$　10.2

11.$a(x+3)(x-2)=0$，a取不为0的任意实数

12.−2　−6　13.$m\leq4$且$m\neq0$　14.5

15. 解：(1)$x_1=\frac{4}{3}\sqrt{3}$，$x_2=-\frac{2}{3}\sqrt{3}$；(2)$x_1=3+\sqrt{13}$，$x_2=3-\sqrt{13}$.

16. 解：原方程化为$x^2-4x+2=0$，由根与系数的关系得：$x_1+x_2=4$，$x_1\cdot x_2=2$.

(1) $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=12$；

(2)$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=\frac{4}{2}=2$.

17.证明：$-x^2+4x-5=-(x-2)^2-1<0$.

18.解：由题意可得$\Delta=b^2+8b-20=0$，

$\therefore b_1=2$，$b_2=-10$(不合题意，舍去).

等腰三角形的三边分别为5，2，5或5，2，2，

而5，2，2不符合三边关系，故舍去，该等腰三角形的周长为12.

19.解：(1)$x^2-2\ 016x-2\ 017=0$；

(2)第n个方程为$x^2-(n-2)x-(n-1)=0$，

即$(x+1)[x-(n-1)]=0$，解得$x_1=-1$，$x_2=n-1$；

(3)这列方程都有一个根$x=-1$(答案不唯一).

第2讲　一元二次方程的应用

练一练

巩固演练

1.B　2.B　3.B　4.C　5.D　6.12　7.−1或4　8. $x^2+(x+1)^2=(x+x+1)^2-112$　9.($\sqrt{51}-6$)

10. $x[1\ 200-20(x-30)]=38\ 500$

11. 解：设AB长为x m，则BC长为$(24-2x)$ m，根据题意，得$x(24-2x)=40$，

即$x^2-12x+20=0$，解得$x_1=10$，$x_2=2$.

当$x=10$时，$24-2x=4$；当$x=2$时，$24-2x=20>8$(不符合题意，舍去).

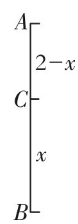
答：矩形宠物活动场地的一边AB的长为10 m.

12. 解：如答图2-1，雕像上部高度AC与下部高度BC应有$\frac{AC}{BC}=\frac{BC}{AB}=\frac{BC}{2}$，

即$BC^2=2AC$.

设BC为x m，则$x^2=2(2-x)$.

解得$x_1=-1+\sqrt{5}\approx1.2$，$x_2=-1-\sqrt{5}$(不符合题意，舍去).



答图2-1

答：雕像的下部应设计为1.2 m.

13. 解：(1)设每轮传染中平均一人传染了x人．根据题意，得$(1+x)^2=64$.

解得$x_1=7$，$x_2=-9$(不符合题意，舍去).

则每轮传染中平均一人传染了7人.

(2)$64\times7=448$(人).

则第三轮又将有448人被传染.

提高演练

1.B　2.B　3.8　6

4.$50+50(1+x)+50(1+x)^2=196$

5. 解：(1)26.8

(2)设需要售出x辆汽车. 由题意可知，每辆汽车的销售利润为$28-[27-0.1(x-1)]=(0.1x+0.9)$(万元).

当$0\leqslant x\leqslant 10$时，根据题意，得

$x\cdot(0.1x+0.9)+0.5x=12$,

解得$x_1=-20$(不符合题意，舍去)，$x_2=6$.

当$x>10$时，根据题意，得

$x\cdot(0.1x+0.9)+x=12$,

解得$x_3=-24$(不符合题意，舍去)，$x_4=5$.

$\because 5<10$, $\therefore x_4=5$(舍去).

答：需要售出6辆汽车.

测一测

1.C　2.D　3.A　4.B　5.D　6.B　7.C　8.D

9.$\frac{3}{2}$　10.9　11.3,4,5　12. 7　13.5　14.1或5

15. 解：设个位上的数字为x，则十位上的数字为$(x-3)$，由题意得$x^2+(x-3)^2=10(x-3)+x+18$.

解得$x_1=7$，$x_2=1.5$(不符合题意，舍去).

则$10(x-3)+x=47$.

答：这个两位数为47.

16. 解：设水池池底的边长为x m，由题意得

$200x^2+2x\times4\times100=6\ 400$.

解得$x_1=4$，$x_2=-8$(不符合题意，舍去).

答：该水池池底的边长为4 m.

17. 解：设竹竿的长度为x尺. 根据题意，得

$x^2=(x-4)^2+(x-2)^2$.

解得$x_1=10$，$x_2=2$(不符合题意，舍去).

答：竹竿的长度为10尺.

18. 解：设售价应定为x元，依题意，得

$(x-40)[500-10(x-50)]=8\ 000$,

解得$x_1=60$，$x_2=80$.

当$x=60$时，成本价为$40\times[500-10(60-50)]=16\ 000>10\ 000$(不符合题意，舍去)，

当$x=80$时，成本价为$40\times[500-10(80-50)]=8\ 000<10\ 000$,

此时$500-10(80-50)=200$(个).

答：售价应定为80元，应进货200个.

19. 解：(1)设该快递公司投递快递总件数的月平均增长率为x，由题意得

$10(1+x)^2=12.1$,

解得$x_1=0.1$，$x_2=-2.1$(不符合题意，舍去).

答：该快递公司投递快递总件数的月平均增长率为10%.

(2)4月份快递总件数：$12.1\times1.1=13.31$(万件)，

$\because 21\times0.6=12.6<13.31$,

$\therefore$ 该公司现有的21名快递投递业务员不能完成今年4月份的快递投递任务.

$\because 22<\frac{13.31}{0.6}<23$,

$\therefore$ 至少还需要增加2名业务员.

第1—2讲测试题

1.B　2.C　3.B　4.D　5.B　6.C　7.B　8.C

9.B　10.D　11.$m\neq1$　12.-2　13.10%

14. $(3+x)(3-0.5x)=10$　15.5　16. 2 015

17. 解：(1)$x_1=3$，$x_2=-1$

(2)$x_1=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$，$x_2=\frac{3-\sqrt{13}}{2}$

18. 解：$\because x^2+3xy-4y^2=0$,

$\therefore (x+4y)(x-y)=0$, $\therefore x=y$或$x=-4y$.

$\therefore \frac{x-y}{x+y}=\frac{y-y}{y+y}=0$或$\frac{x-y}{x+y}=\frac{-4y-y}{-4y+y}=\frac{5}{3}$.

故$\frac{x-y}{x+y}$的值为0或$\frac{5}{3}$.

19. 解：设矩形的长为x cm，则宽为$(28-x)$ cm.

由题意得$x(28-x)=200$,

整理得$x^2-28x+200=0$,

$\because \Delta=28^2-4\times200=784-800=-16<0$，则原方程无解.

$\therefore$不能围成面积为200 cm²的矩形.

20. 解：设从A处开始经过x h侦察船最早能侦察到这艘军舰，根据题意，得

$(20x)^2+(90-30x)^2=50^2$，解得$x_1=2$，$x_2=\frac{28}{13}$.

$\because 2<\frac{28}{13}$, $\therefore$最早2 h后，能侦察到这艘军舰.

21.(1)证明：∵关于x的一元二次方程$x^2+(m-3)x-m(2m-3)=0$，

$\Delta=(m-3)^2+4m(2m-3)=9(m-1)^2\geqslant0$，

∴ 无论m为何值，方程都有两个实数根.

(2)解：存在.理由如下：设方程的两个实数根为x_1,x_2，则$x_1+x_2=-(m-3)$，$x_1\cdot x_2=-m(2m-3)$.

令$x_1^2+x_2^2=26$，得$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(m-3)^2+2m(2m-3)=26$，整理，得$5m^2-12m-17=0$，

解得$m_1=\frac{17}{5}$，$m_2=-1$(不符合题意，舍去).

∴ 存在正数$m=\frac{17}{5}$，使得方程的两个实数根的平方和等于26.

22.解：(1)设2月份、3月份生产收入的月增长率为x，根据题意有

$100+100(1+x)+100(1+x)^2=364$.

即$25x^2+75x-16=0$.

解得$x_1=-3.2$(不符合题意，舍去)，$x_2=0.2$.

∴2月份、3月份生产收入的月增长率为20%.

(2)设使用新设备m个月所得累计利润不低于使用旧设备的累计利润，则有

$364+100(1+20\%)^2(m-3)-640\geqslant90m-5m$.

解得$m\geqslant12$.

∴使用新设备12个月后所得累计利润不低于使用旧设备的累计利润.

第3讲　二次函数的图象与性质

练一练

巩固演练

1.C　2.C　3.B　4.A　5.D　6.$a\neq-2$

7.下　y轴(或直线$x=0$)　(0,0)

8.$y_1>y_2$　9. $y=-(x+1)^2+2$　10.$y=2(x-3)^2+2$

11.解：(1)$y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3$，开口向上，对称轴为直线$x=2$，顶点坐标为(2,−3).

(2)$y=-2(x-2)^2+5$，开口向下，对称轴为直线$x=2$，顶点坐标为(2,5).

12.解：(1)将点$(2,b)$代入$y=-2x-4$，得$b=-8$.

将$(2,-8)$代入$y=ax^2$，得$a=-2$.

(2)把$B(2,-4)$代入$y=-2x^2$，$-4\neq-8$，点B不在该抛物线上.

(3)把$y=-6$代入$y=-2x^2$，得$-2x^2=-6$，

解得$x_1=\sqrt{3}$，$x_2=-\sqrt{3}$.

所以抛物线上纵坐标为−6的点的坐标为

$(\sqrt{3},-6)$或$(-\sqrt{3},-6)$.

13. 解：(1) 把点$B(-1,0)$，$C(2,3)$分别代入

$y=-x^2+bx+c$中，

得$\begin{cases}-1-b+c=0,\\-4+2b+c=3,\end{cases}$　解得$\begin{cases}b=2,\\c=3.\end{cases}$

∴此抛物线的解析式为$y=-x^2+2x+3$.

(2)在$y=-x^2+2x+3$中，当$x=-2$时，$y=-4-4+3=-5$，由点(−2,−5)平移后的对应点为(−2,−1)，得需将抛物线向上平移4个单位长度.

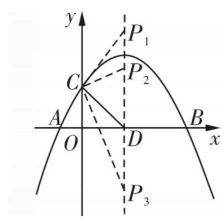
提高演练

1.C　2. B　3.$y_1>y_2$　4.①②③⑤

5.解：(1)∵$y=-\frac{1}{2}x^2+mx+n$经过点$C(0,2)$，

∴$n=2$. 把$A(-1,0)$代入$y=-\frac{1}{2}x^2+mx+2$，可得$m=\frac{3}{2}$.

∴抛物线的解析式为$y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$.



答图3-1

(2)如答图3-1，在抛物线的对称轴上存在点$P_1\left(\frac{3}{2},4\right)$，$P_2\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$，$P_3\left(\frac{3}{2},-\frac{5}{2}\right)$，使△$PCD$是以$CD$为腰的等腰三角形.

测一测

1.A　2.C　3.D　4.D　5.C　6.D　7.D　8.C

9. 直线$x=4$　10. 减小　11.8

12.$y=-3(x-2)^2+1$　13.1　14.$y_2<y_1<y_3$

15.解：(1) $y=16-4x^2$.

(2) 当 $x=1$ 时，$y=12$.

(3) 由题意可得 $16-4x^2=8$，解得 $x_1=\sqrt{2}$，$x_2=-\sqrt{2}$（不合题意，舍去）.

答：剪去的小正方形的边长为 $\sqrt{2}$ cm.

16.解：(1) $y=-3(x+1)^2+9$；

(2)对称轴为直线 $x=-1$，与 y 轴交点的坐标为 $(0,6)$.

(3)当 $x>-1$ 时，y 随 x 增大而减小.

17.解：(1)∵ $y=x^2+bx+c$ 的图象经过 $A(-1,0)$ 和 $B(3,0)$ 两点，∴ $\begin{cases}1-b+c=0,\\9+3b+c=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=-2,\\c=-3.\end{cases}$

(2)∵ $b=-2$，$c=-3$，∴ $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$.

当 $x=0$ 时，$y=-3$，则点 C 的坐标是 $(0,-3)$，点 M 的坐标是 $(1,-4)$.

又∵ $A(-1,0)$ 和 $B(3,0)$，

∴ $S_{\triangle MBC}=S_{四边形OCMB}-S_{\triangle OCB}=S_{\triangle OCM}+S_{\triangle OMB}-S_{\triangle OCB}$

$=\dfrac{3\times1}{2}+\dfrac{3\times4}{2}-\dfrac{3\times3}{2}=3$.

18.解：(1)将 $M(2,2)$ 代入方程得

$2=-\dfrac{1}{m}(2+2)(2-m)$，解得 $m=4$.

(2)由(1)得抛物线解析式为 $y=-\dfrac{1}{4}(x+2)(x-4)$，

令 $-\dfrac{1}{4}(x+2)(x-4)=0$，得 $x_1=-2$，$x_2=4$，

∴点 B 的坐标为 $(-2,0)$，点 C 的坐标为 $(4,0)$.

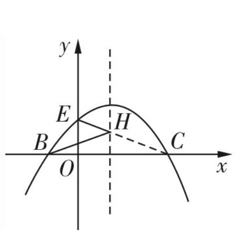
令 $x=0$，得 $y=2$，∴点 E 的坐标为 $(0,2)$.

∴ $S_{\triangle BCE}=\dfrac{1}{2}BC\cdot OE=6$.

(3)已知 $m=4$，可得对称轴为直线 $x=1$.

又点 B，C 关于直线 $x=1$ 对称.

如答图3-2，连接 EC 交直线 $x=1$ 于点 H，此时 $BH+EH$ 最小.



答图3-2

设直线 EC 的解析式为 $y=kx+b$（$k\neq0$），将 $E(0,2)$，$C(4,0)$代入得

$\begin{cases}b=2,\\4k+b=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2},\\b=2.\end{cases}$

∴直线 EC 的解析式为 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$.

∴当 $x=1$ 时，$y=\dfrac{3}{2}$，∴点 H 的坐标为 $\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$.

第4讲 二次函数与方程的关系及其应用

练一练

巩固演练

1.B 2.C 3.A 4.C 5.B 6.$y=x(24-2x)$

7.$8\sqrt{5}$ 8.$(2,1)$ 9.64 10.$x_1=-2$，$x_2=1$

11.解：设销售单价为 x 元，销售利润为 y 元. 根据题意，得

$y=(x-20)[400-20(x-30)]$

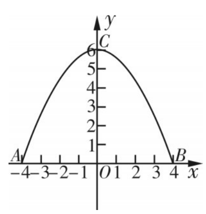
$=-20x^2+1\,400x-20\,000$，

当 $x=-\dfrac{1\,400}{2\times(-20)}=35$ 时，$y_{最大}=4\,500$，

$x-30=35-30=5$.

所以销售单价提高5元，才能在半个月内获得最大利润，最大利润为4 500元.

12.解：(1)如答图4-1，以 AB 所在直线为 x 轴，以抛物线的对称轴为 y 轴建立平面直角坐标系，则有 $A(-4,0)$，$B(4,0)$，$C(0,6)$.



答图4-1

设抛物线的解析式为 $y=a(x-4)(x+4)$.

由抛物线经过点 $C(0,6)$，得 $-16a=6$，解得 $a=-\dfrac{3}{8}$.

∴抛物线的解析式为 $y=-\dfrac{3}{8}x^2+6(-4\leqslant x\leqslant4)$.

(2) 当 $x=1$ 时，$y=\frac{45}{8}$. ∵ $4.4+0.5=4.9<\frac{45}{8}$,

∴这辆货车能安全通过这条隧道.

13. 解：(1)设运动开始后第 x s时，$\triangle PBQ$ 的面积为 8 cm^2，则 $\frac{1}{2}\cdot 2x\cdot(6-x)=8$，即 $x^2-6x+8=0$，解得 $x_1=2$，$x_2=4$.

∴运动开始后第2 s或第4 s时，$\triangle PBQ$ 的面积为8 cm^2.

(2) 运动开始后第 t s时，

$S=S_{矩形ABCD}-S_{\triangle PBQ}=12\times6-\frac{1}{2}\times(6-t)\times2t$

$=t^2-6t+72(0<t<6)$.

(3) $S=t^2-6t+72=(t-3)^2+63$,

当 $t=3$ 时，S 最小，S 的最小值是63 cm^2.

提高演练

1.C　2.A　3.36　4.$0<x<4$

5. 解：(1)当 $x=20$ 时，$y=-10x+500=-10\times20+500=300$，$300\times(12-10)=300\times2=600$(元).

即政府这个月为李明承担的总差价为600元.

(2)依题意得 $w=(x-10)(-10x+500)$

$=-10x^2+600x-5\,000$

$=-10(x-30)^2+4\,000$.

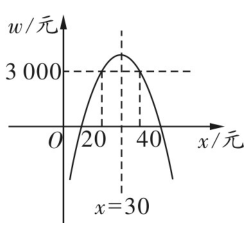
∵ $a=-10<0$，∴当 $x=30$ 时，w 有最大值为4 000.

即当销售单价定为30元时，每月可获得最大利润，最大利润为4 000元.

(3)由题意得 $-10x^2+600x-5\,000=3\,000$,

解得 $x_1=20$，$x_2=40$.

如答图4-2，∵ $a=-10<0$，抛物线开口向下，



答图4-2

∴ 结合图象可知，当 $20\leqslant x\leqslant40$ 时，$w\geqslant3\,000$.

∵ $x\leqslant25$，∴当 $20\leqslant x\leqslant25$ 时，$w\geqslant3\,000$.

设政府每个月为李明承担的总差价为 p 元，

则 $p=(12-10)\times(-10x+500)=-20x+1\,000$.

∵ $k=-20<0$，∴ p 随 x 的增大而减小，

∴当 $x=25$ 时，p 有最小值为500.

即销售单价定为25元时，政府每个月为他承担的总差价最少为500元.

测一测

1.C　2.C　3.D　4.A　5.B　6.C　7.B　8.B

9.3　10.$x<-1$ 或 $x>4$　11.600

12.$x<-1$ 或 $x>3$　13.$2\sqrt{6}$

14.$w=(x-10)(400-10x)(x\geqslant10)$

15. 解：(1)当 $x=0$ 时，$y=\frac{5}{3}$,

∴铅球出手时的高度为 $\frac{5}{3}$ m.

(2)由题意可知，把 $y=0$ 代入函数关系式，得

$-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}=0$，解得 $x_1=10$，$x_2=-2$(舍去).

答：小明这次试掷的成绩是10 m.

16. 解：(1) $y=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$,

整理得二次函数的解析式为 $y=x^2-5x+4$.

(2)当 $y=0$ 时，$x^2-5x+4=0$，得 $x_1=1$，$x_2=4$.

∴图象与 x 轴交点的坐标是(1，0)，(4，0).

(3)当 $x<1$ 或 $x>4$ 时，$y>0$；当 $x=1$ 或 $x=4$ 时，$y=0$；当 $1<x<4$ 时，$y<0$.

17. 解：(1)①∵ $a=-\frac{1}{24}$，点 P 的坐标为(0，1)，

∴ $1=-\frac{1}{24}\times(0-4)^2+h$，解得 $h=\frac{5}{3}$.

②把 $x=5$ 代入 $y=-\frac{1}{24}(x-4)^2+\frac{5}{3}$，得

$y=-\frac{1}{24}\times(5-4)^2+\frac{5}{3}=1.625$,

∵ $1.625>1.55$，∴此球能过网.

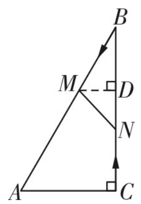
(2) 把(0，1)，$\left(7,\frac{12}{5}\right)$ 代入 $y=a(x-4)^2+h$，得

$\begin{cases}16a+h=1,\\9a+h=\frac{12}{5},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-\frac{1}{5},\\h=\frac{21}{5},\end{cases}$ ∴ $a=-\frac{1}{5}$.

18. 解：$\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=5$ cm，$\angle BAC=60°$，$\therefore AB=10$ cm，$BC=5\sqrt{3}$ cm.

由题意知 $BM=2t$，$CN=\sqrt{3}t$，则 $BN=5\sqrt{3}-\sqrt{3}t$.

如答图4-3，过点 M 作 $MD\perp BC$，垂足为点 D，则 $MD=t$.



答图4-3

设四边形 $ACNM$ 的面积为 y，

则 $y=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle BMN}$

$=\frac{1}{2}AC\cdot BC-\frac{1}{2}BN\cdot MD$

$=\frac{1}{2}\times5\times5\sqrt{3}-\frac{1}{2}\left(5\sqrt{3}-\sqrt{3}t\right)\cdot t$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(t-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{75\sqrt{3}}{8}$.

$\therefore$ 当 $t=\frac{5}{2}$ 时，y 值最小，四边形 $ACNM$ 的面积最小为 $\frac{75\sqrt{3}}{8}$ cm^2.

第3—4讲测试题

1.C　2.C　3.C　4.C　5.A　6.C　7.C　8.A　9.D　10.C　11.-3　12. 比如 $y=x(x+2)$

13.$y=2x^2+4x+3$　14.$y_3<y_1<y_2$　15.$\sqrt{5}$　16.1.6

17. 解：设剪去正方形的边长为 x cm，长方体盒子底面积为 y cm^2，由题意得 $y=(20-2x)(16-2x)$，当 $x=2$ 时，$y=192$；当 $x=3$ 时，$y=140$.

答：当剪去正方形边长分别为2 cm和3 cm时，长方体盒子的底面积分别为192 cm^{2}和140 cm^2.

18.(1)证明：由抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 的对称轴为直线 $x=1$ 得，$-\frac{b}{2a}=1$，$\therefore 2a+b=0$.

(2)解：$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx-8$ 与 $y=ax^2+bx+3$ 有相同的对称轴直线 $x=1$，且 $ax^2+bx-8=0$ 的一个根为 4.

$\therefore ax^2+bx-8=0$ 的另一个根 x_2 满足 $1-x_2=4-1$. $\therefore x_2=-2$.

19. 解：(1) $\because$ 二次函数 $y=-x^2+mx+n$ 的图象与 x 轴只有一个交点，$\therefore \Delta=m^2+4n=0$，$\therefore n=-\frac{1}{4}m^2$.

(2) $\because A(-1,0)$，$AB=4$，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(3,0)$ 或 $(-5,0)$.

将 $A(-1,0)$，$B(3,0)$ 或 $A(-1,0)$，$(-5,0)$ 代入 $y=-x^2+mx+n$ 中，

得 $\begin{cases}-1-m+n=0,\\-9+3m+n=0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1-m+n=0,\\-25-5m+n=0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}m=2,\\n=3,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=-6,\\n=-5.\end{cases}$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y=-x^2+2x+3$ 或 $y=-x^2-6x-5$，

$\therefore$ 顶点坐标为 $(1,4)$ 或 $(-3,4)$.

20. 解：(1)由题意知顶点坐标为 $(4,3)$，设抛物线的解析式是 $y=a(x-4)^2+3(a\neq0)$，

把 $(10,0)$ 代入得 $36a+3=0$，解得 $a=-\frac{1}{12}$.

所以抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{12}(x-4)^2+3$，

当 $x=0$ 时，$y=-\frac{1}{12}\times16+3=3-\frac{4}{3}=\frac{5}{3}<2.44$，故此球能进球门.

(2)当 $x=2$ 时，$y=-\frac{1}{12}\times(2-4)^2+3=\frac{8}{3}>2.52$，

$\therefore$ 守门员乙不能阻止球员甲的此次射门.

当 $y=2.52$ 时，$y=-\frac{1}{12}(x-4)^2+3=2.52$，解得 $x_1=1.6$，$x_2=6.4$（舍去）. $\therefore 2-1.6=0.4$(m).

答：守门员甲至少后退 0.4 m，才能阻止球员甲的射门.

21. 解：(1)设抛物线的解析式为 $y=a(x-h)^2+k(a\neq0)$，$\because$ 点 $C(0,8)$ 是抛物线的顶点坐标，

$\therefore y=ax^2+8$，又抛物线经过点 $A(8,0)$，

$\therefore 64a+8=0$，解得 $a=-\frac{1}{8}$.

故抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{8}x^2+8$.

(2) $PD-PF$ 是定值，理由如下：

设点 P 的坐标为 $\left(a,-\frac{1}{8}a^2+8\right)$，则有 $F(a,8)$，

$\because D(0,6)$，

$\therefore PD=\sqrt{a^2+\left(\frac{1}{8}a^2-2\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{8}a^2+2\right)^2}=\frac{1}{8}a^2+2.$

$PF=8-\left(-\frac{1}{8}a^2+8\right)=\frac{1}{8}a^2.\therefore PD-PF=2.$

22.解：(1)令$y=0$得$-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+2=0$，

$\therefore x^2+2x-8=0$，解得$x_1=-4$，$x_2=2$.

$\therefore$点A的坐标为$(2,0)$，点B的坐标为$(-4,0)$.

令$x=0$，得$y=2$，$\therefore$点C的坐标为$(0,2)$.

(2)①当AB为平行四边形的边时，

$\because AB=EF=6$，对称轴为直线$x=-1$，

$\therefore$点E的横坐标为-7或5.

把$x=-7$或5代入$y=-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+2$中，得$y=-\frac{27}{4}$，

$\therefore$点E的坐标为$\left(-7,-\frac{27}{4}\right)$或$\left(5,-\frac{27}{4}\right)$，此时点$F$的坐标为$\left(-1,-\frac{27}{4}\right)$，

$\therefore$以A,B,E,F为顶点的平行四边形的面积$=6\times\frac{27}{4}=\frac{81}{2}$.

②当AB为四边形的对角线时，$\because$点F在对称轴上，AB与EF互相平分，$\therefore$点E在顶点处，

$\therefore$点E的坐标为$\left(-1,\frac{9}{4}\right)$，四边形$AEBF$为菱形，其面积为$\frac{1}{2}\times6\times\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$.

综上所述，以A,B,E,F为顶点的平行四边形的面积为$\frac{81}{2}$或$\frac{27}{2}$.

第5讲　旋转

练一练

巩固演练

1.B　2.B　3.D　4.B　5.A　6.4

7.(1)旋转角度　旋转方向　(2)对应点

8.90°　9.16　10.<

11.解：(1)112.5°　135°

(2)$\angle AOC+\angle BOD$的度数不发生变化.理由如下：

$\because \angle AOC=\angle AOB+\angle COB$，

$\therefore \angle AOC+\angle BOD=\angle AOB+\angle COB+\angle BOD=\angle AOB+\angle COD=135°$，

$\therefore \angle AOC+\angle BOD$的度数不发生变化.

提高演练

1.D　2.C　3.$\sqrt{3}+1$　4.$3\sqrt{2}$

第5讲测试题

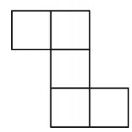
1.C　2.B　3.A　4.D　5.D　6.D　7.D　8.B

9.D　10.D　11.对称中心　平分　12.120°　13.(3，1)　(3，-1)　14.3

15.120°

16.(3，2)　(3 029，0)

17.解：(1)如答图Ⅲ-1所示.(2)如答图Ⅲ-2所示(答案不唯一).

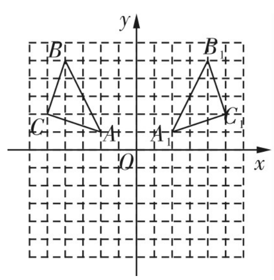


答图Ⅲ-1

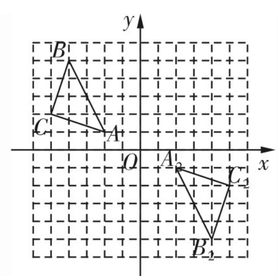
答图Ⅲ-2

18.解：连接BB'，CC'，两线段相交于点O，则点O即为对称中心.图略.

19.解：(1)如答图Ⅲ-3所示.(2)如答图Ⅲ-4所示.



答图Ⅲ-3



答图Ⅲ-4

20.解：(1)=　(2)$\angle AOC$或$\angle BOD$

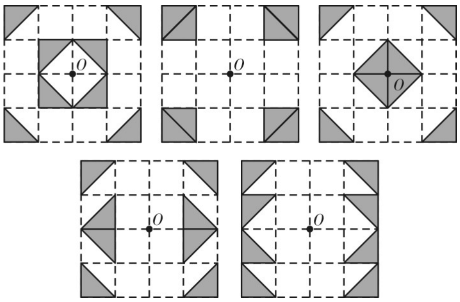
(3)已知将$\triangle OAB$绕点O按顺时针方向旋转60°得到$\triangle OCD$，得$\angle AOC=60°$.

$\because \angle AOB=25°$，

$\therefore \angle BOC=\angle AOC-\angle AOB=60°-25°=35°$，

$\therefore \angle BOC$的余角为$90°-35°=55°$.

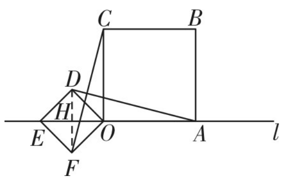
21. 解：答案不唯一．如答图Ⅲ-5所示．



答图Ⅲ-5

22. 解：(1) 相等．提示：证明$\triangle AOD\cong\triangle COF$．

(2)如答图Ⅲ-6，连接DF交OE于H．



答图Ⅲ-6

由四边形$DEFO$是正方形，$DO=\sqrt{2}$，可得$DH=OH=1$，

则$CF=AD=\sqrt{AH^2+DH^2}=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$．

第6讲　圆的有关性质

练一练

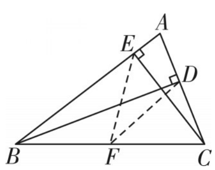
巩固演练

1.C　2.D　3.B　4.C　5.C　6.半径　圆上

7.对角线的交点　6.5　8.21°

9.$8\sqrt{3}$　10.$4\sqrt{3}$

11.证明：如答图6-1，取BC的中点F，连接DF、EF．



答图6-1

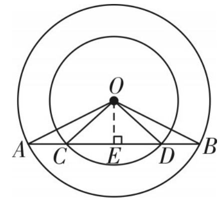
$\because BD$、CE是$\triangle ABC$的高，

$\therefore\triangle BCD$和$\triangle BCE$是直角三角形．

$\because DF$、EF分别为$\mathrm{Rt}\triangle BCD$和$\mathrm{Rt}\triangle BCE$斜边上的中线，$\therefore DF=EF=BF=FC$，

$\therefore E$、B、C、D在以F为圆心、$\frac{1}{2}BC$为半径的圆上．

12.证明：(1)如答图6-2，过O作$OE\perp AB$．



答图6-2

$\because\triangle OAB$和$\triangle OCD$为等腰三角形，

$\therefore\angle OAB=\angle OBA$，$\angle OCD=\angle ODC$，

$\therefore\angle OCD-\angle OAB=\angle ODC-\angle OBA$，

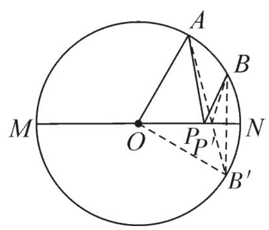
即$\angle AOC=\angle BOD$．

(2)$\because OE\perp AB$，$\therefore AE=BE$，$CE=ED$，

$\therefore AE-CE=BE-ED$，即$AC=BD$．

13.解：P位于AB'与MN的交点处，$AP+BP$的值最小．

如答图6-3，作点B关于直线MN的对称点B'，则B'必在$\odot O$上，且$\overset{\frown}{B'N}=\overset{\frown}{NB}$．



答图6-3

由已知得$\angle AON=60°$，

故$\angle B'ON=\angle BON=\frac{1}{2}\angle AON=30°$，$\angle AOB'=90°$．

连接AB'交MN于点P'，则P'即为所求的点．

此时$AP'+BP'=AP'+B'P'=\sqrt{OA^2+OB'^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，即$AP+BP$的最小值为$\sqrt{2}$．

提高演练

1.D　2.B　3.$2\sqrt{5}$

4.让乙射门　连接NC，$\because\angle B=\angle MCN$，$\angle MCN>\angle A$，

$\therefore\angle B>\angle A$

5.解：(1)如答图6-4，连接AC．

$\because AB$是直径，CD是一条弦，$CD\perp AB$，

$\therefore AB$垂直平分CD．$\therefore\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$

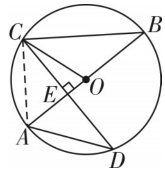
$\because\angle BAD=50°$，$\therefore\angle CAB=\angle BCD=50°$．

$\because AB$是$\odot O$的直径，$\therefore \angle ACB=90°$，

$\therefore \angle ACD=90°-\angle CAB=40°$.

$\because OC=AO$，$\therefore \angle CAO=\angle ACO=50°$，

$\therefore \angle OCE=\angle OCA-\angle ACD=50°-40°=10°$.



答图6-4

(2)设$\odot O$的半径为r，

$CE=\frac{1}{2}CD=2\sqrt{5}$，$OE=r-2$，

在Rt△CEO中，由勾股定理得$CE^2+OE^2=OC^2$，

即$(2\sqrt{5})^2+(r-2)^2=r^2$，解得$r=6$.

答：$\odot O$的半径为6.

测一测

1.D　2.D　3.C　4.D　5.C　6.A　7.D　8.B

9.16°　10.$\sqrt{6}$　11.$2\sqrt{13}$　12.10

13.$(-4,-7)$　14.$2\sqrt{5}-2$

15.解：$\because$四边形$OCDB$是平行四边形，$B(8,0)$，

$\therefore CD\parallel OA$，$CD=OB=8$.

如答图6-5，过点M作$MF\perp CD$，垂足为点F，则$CF=\frac{1}{2}CD=4$.

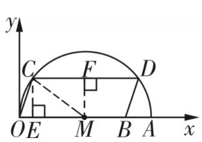
过点C作$CE\perp OA$，垂足为点E，$\because A(10,0)$，

$\therefore OE=MO-ME=MO-CF=5-4=1$.

连接MC，则$CM=\frac{1}{2}OA=5$.

在Rt△CMF中，$MF=3$，又$\because OE=1$，

$\therefore$点C的坐标为$(1,3)$.



答图6-5

16.解：$\because OA=OD$，$OD\parallel BC$，$\therefore \angle AOD=\angle B=80°$，

$\therefore \angle OAD=\angle ODA=50°$.

$\because AB$是半圆的直径，$\therefore \angle C=90°$，

$\therefore \angle CAB=90°-\angle B=90°-80°=10°$，

$\therefore \angle CAD=\angle OAD-\angle CAB=50°-10°=40°$.

17.证明：$\because$点D是$\angle BAC$的平分线上一点，

$\therefore \angle BAD=\angle CAD$.

$\because DE\parallel AC$，$\therefore \angle EDA=\angle CAD$，$\therefore \angle BAD=\angle EDA$，

$\therefore ED=EA$.

$\because \angle EDB+\angle EDA=90°$，$\angle ABD+\angle BAD=90°$，

$\angle EDA=\angle BAD$，

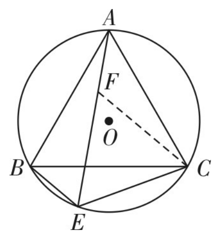
$\therefore \angle EDB=\angle ABD$，$\therefore ED=EB$，$\therefore ED=EB=EA$，

$\therefore E$为过A，B，D三点的圆的圆心.

18.证明：$\because A$为优弧BC的中点，$AB=BC$，

$\therefore AB=AC=BC$，$\therefore$△ABC是等边三角形.

如答图6-6，在AE上取点F，使得$AF=BE$，连接FC.



答图6-6

在△AFC和△BEC中，

$$\begin{cases} AF=BE, \\ \angle FAC=\angle EBC, \\ AC=BC, \end{cases}$$

$\therefore$△$AFC\cong$△BEC(SAS)，$\therefore CF=CE$.

$\because \angle AEC=\angle ABC=60°$，$\therefore$△$ECF$是等边三角形，

$\therefore EF=EC$.

$\because AE=AF+EF$，$\therefore AE=BE+CE$.

第7讲　与圆有关的位置关系及有关圆的计算

练一练

巩固演练

1.B　2.B　3.A　4.D　5.B　6.②　7.60°

8.相切　9.$(3,-1)$　10.2

11.解：$\because \odot O$分别切△ABC的三边AB，BC，CA于点D，E，F，$\therefore AD=AF$，$BD=BE$，$FC=EC$.

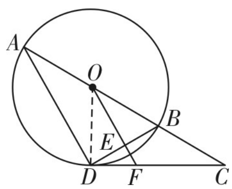
设$AD=AF=x$，$BD=BE=8-x$，$FC=EC=11-x$，

$\because BC=10$，$\therefore 8-x+11-x=10$，解得$x=4.5$，

$\therefore AD=4.5$.

12.解：由已知得，$S_{扇形DOC}=\frac{150}{360}\pi\times20^2=\frac{500}{3}\pi$，$S_{扇形AOB}=\frac{150}{360}\pi\times10^2=\frac{125}{3}\pi$，故绸布部分的面积为$S_{扇形DOC}-S_{扇形AOB}=125\pi(\text{cm}^2)$.

13.(1)证明：如答图7-1，连接OD.



答图7-1

$\because AB$是$\odot O$的直径，$\therefore \angle ADB=90°$.

$\because \angle A=30°$，$\therefore \angle ABD=60°$，

$\therefore \angle BDC=\frac{1}{2}\angle ABD=30°$.

$\because OD=OB$，$\therefore \triangle ODB$是等边三角形，

$\therefore \angle ODB=60°$，$\therefore \angle ODC=\angle ODB+\angle BDC=90°$，

即$OD\perp DC$. $\therefore CD$是$\odot O$的切线.

(2)解：$\because OF/\!/AD$，$\angle ADB=90°$，

$\therefore OF\perp BD$，$\angle BOE=\angle A=30°$，

$\therefore DE=BE=\frac{1}{2}BD=2$.

在$\text{Rt}\triangle OEB$中，$OB=2BE=4$，

$OE=\sqrt{OB^2-BE^2}=2\sqrt{3}$.

$\because OD=OB=4$，$\angle C=\angle ABD-\angle BDC=30°$，

$\angle DOF=\angle COF=30°$，$\therefore OF=FC$.

在$\text{Rt}\triangle ODF$中，设$DF=x$，则$OF=2x$，

有$4^2+x^2=(2x)^2$，

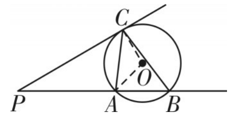
解得$x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore OF=CF=\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

提高演练

1.A　2.B　3.$\frac{5\sqrt{3}}{3}\pi$　4.4

5.证明：如答图7-2，连接OC、OA.



答图7-2

$\because OC=OA$，$\therefore \angle ACO=\angle CAO$.

$\because PC$是$\odot O$的切线，C为切点，$\therefore PC\perp OC$，

$\therefore \angle PCO=90°$，$\angle PCA+\angle ACO=90°$.

在$\triangle AOC$中，$\angle ACO+\angle CAO+\angle AOC=180°$.

$\because \angle AOC=2\angle PBC$，

$\therefore 2\angle ACO+2\angle PBC=180°$，

$\therefore \angle ACO+\angle PBC=90°$.

$\because \angle PCA+\angle ACO=90°$，$\therefore \angle PCA=\angle PBC$.

测一测

1.B　2.D　3.A　4.B　5.B　6.B　7.B　8.A

9.$\sqrt{5}$　10.(2，1)　11.1 cm或7 cm

12.$\frac{\pi}{6}$　13.1或5　14.72°

15.(1)证明：$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=CD$，$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$.

$\because M$为$\overset{\frown}{AD}$的中点，$\therefore \overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{DM}$，

$\therefore \overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{DM}$，即$\overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{CM}$，

$\therefore BM=CM$.

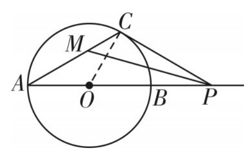
(2)解：连接MO，BO，CO，$\because \angle OBC=\angle OCB=45°$，

$\therefore \angle BOC=90°$. $\because \overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{CM}$，$\therefore \angle BOM=\angle COM$，

$\therefore \angle BOM=135°$，则$\overset{\frown}{BM}$的长$=\frac{135\times\pi\times2}{180}=\frac{3}{2}\pi$.

16.解：$\angle CMP$的大小不发生变化，$\angle CMP=45°$.

理由如下：如答图7-3，连接OC，



答图7-3

$\because PC$是$\odot O$的切线，$\therefore \angle OCP=90°$.

$\because PM$是$\angle CPA$的平分线，

$\therefore \angle APC=2\angle APM$.

$\because OA=OC$，$\therefore \angle A=\angle ACO$，

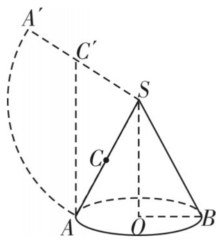
$\therefore \angle COP=\angle A+\angle ACO=2\angle A$.

在Rt△OCP中，$\angle COP+\angle OPC=90°$，

$\therefore 2\angle A+2\angle APM=90°$，

$\therefore \angle CMP=\angle A+\angle APM=45°$，即$\angle CMP$的大小不发生变化.

17.解：如答图7-4，将圆锥沿SA展开得到扇形ASA'，则这条公路的最短路程是AC'.



答图7-4

在Rt△OBS中可得$SB=\sqrt{OS^2+OB^2}=16$ km. $\therefore SA=16$ km，$SC'=8$ km，$l_{\overset{\frown}{AA'}}=2\pi r=8\pi$(km).

设圆心角$\angle ASA'=n°$，则$8\pi=\dfrac{n\pi\times16}{180}$，$n=90$，

$\therefore \angle ASA'=90°$.

在Rt△ASC'中，$AC'=\sqrt{AS^2+C'S^2}=8\sqrt{5}$(km).

$\therefore$这条公路的最短路程为$8\sqrt{5}$ km.

18.解：(1)BC与⊙O相切.

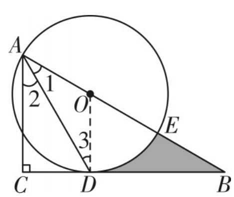
理由如下：如答图7-5，连接OD.

$\because AD$平分$\angle BAC$，$\therefore \angle1=\angle2$.

$\because OA=OD$，$\therefore \angle1=\angle3$，

$\therefore \angle2=\angle3$，$\therefore OD/\!/AC$，又$\angle C=90°$，

$\therefore \angle ODB=90°$，$OD\perp BC$，则$BC$与⊙$O$相切.



答图7-5

(2)①$\because AC=3$，$\angle B=30°$，$\therefore AB=6$.

设$OA=OD=r$. $\therefore OB=2r$，

$\therefore 2r+r=6$，解得$r=2$，即⊙O的半径是2.

②由①得$OD=2$，则$OB=4$，$BD=2\sqrt{3}$，

$S_{阴影}=S_{\triangle ODB}-S_{扇形ODE}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2-\dfrac{60\pi\times2^2}{360}$

$=2\sqrt{3}-\dfrac{2\pi}{3}$.

第6—7讲测试题

1.D　2.C　3.C　4.B　5.A　6.C　7.C　8.C

9.B　10.A　11.90°　12.4　13.45°　14.$\dfrac{16\pi}{3}$

15.$(\sqrt{3}+1,\sqrt{3}+1)$或$(\sqrt{3}-1,1-\sqrt{3})$　16.$2\sqrt{7}-2$

17.解：(1)略

(2)由题意得，点P经过的路径总长为：

$\dfrac{n\pi r}{180}=\dfrac{270\pi\times3}{180}=\dfrac{9}{2}\pi$.

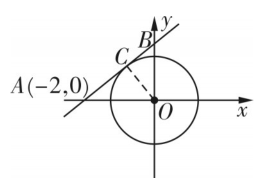
18.解：(1)当直线AB与⊙O相切时，设切点为C，如答图Ⅳ-1所示，$OC\perp AB$，$\because AO=2$，$OC=1$，

$\therefore \angle OAB=30°$，$\therefore \angle BOC=30°$.

$\because OB=b$，则$BC=\dfrac{1}{2}b$，有$1+\left(\dfrac{1}{2}b\right)^2=b^2$，

$\therefore OB=b=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

当$b=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$时，直线AB与⊙O相切；当$b>\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$时，直线AB与⊙O相离；当$0<b<\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$时，直线AB与⊙O相交.



答图Ⅳ-1

(2)设直线AB的解析式为$y=kx+b(k\neq0)$，代入$A(-2,0)$，$b=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

得$\begin{cases}-2k+b=0,\\ b=\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\end{cases}$解得$\begin{cases}k=\dfrac{\sqrt{3}}{3},\\ b=\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\end{cases}$

$\therefore$直线AB的解析式为$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

19. 解：(1) ∵ $5^2+12^2=13^2$,

∴这个三角形为直角三角形.

∵ $S=\frac{1}{2}\times5\times12=30$,

∴ $r=\frac{2S}{l}=\frac{2\times30}{5+12+13}=2$.

(2)设四边形 $ABCD$ 内切圆的圆心为 O，连接 OA、OB、OC、OD,

则 $S=S_{\triangle OAD}+S_{\triangle OAB}+S_{\triangle OBC}+S_{\triangle OCD}$

$=\frac{1}{2}AD\cdot r+\frac{1}{2}AB\cdot r+\frac{1}{2}BC\cdot r+\frac{1}{2}CD\cdot r$

$=\frac{1}{2}(a+b+c+d)\cdot r$

∴ $r=\frac{2S}{a+b+c+d}$.

(3)类比(1)(2)的结论，易得

$r=\frac{2S}{a_1+a_2+\cdots+a_n}$.

20. 解：∵ $AE=6$, $EB=2$, ∴ $AB=8$, $AO=4$, $OE=2$.

∵ $OF\perp CD$，垂足为点 F，∴ $CF=DF=\frac{1}{2}CD$.

∵ $\angle CEA=30°$, $OE=2$, ∴ $OF=1$.

由勾股定理，得 $CF=\sqrt{OC^2-OF^2}=\sqrt{15}$.

∴ $CD=2CF=2\sqrt{15}$.

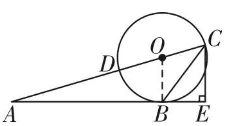
21. 解：如答图Ⅳ-2，连接 OB.

∵ AB 是⊙O 的切线，∴ $OB\perp AB$.

又 $CE\perp AB$，∴ $OB// CE$，∴ $\angle OBC=\angle BCE$.

∵ $OB=OC$，∴ $\angle OBC=\angle OCB$,

∴ $\angle OCB=\angle BCE$，∴ CB 平分 $\angle ACE$.

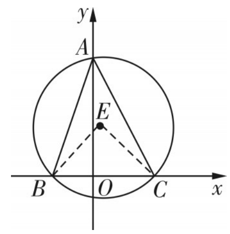


答图Ⅳ-2

22. 解：(1)如答图Ⅳ-3，连接 EB, EC.

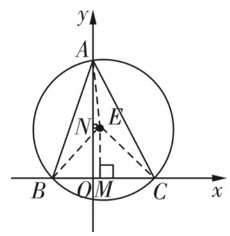
∵ $BC=OB+OC=5$, $\angle BEC=2\angle BAC=90°$,

∴ $EB=EC=\frac{5\sqrt{2}}{2}$，∴⊙$E$ 的直径为 $5\sqrt{2}$.



答图Ⅳ-3

(2)如答图Ⅳ-4，过点 E 作 $EM\perp BC$，垂足为点 M，$EN\perp OA$，垂足为点 N，连接 AE，则四边形 $EMON$ 是矩形.



答图Ⅳ-4

∵ $EM\perp BC$，∴ $BM=MC=\frac{5}{2}$.

在 Rt△EMC 中，

$EM=ON=\sqrt{EC^2-CM^2}=\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}$，$OM=NE=OC-CM=\frac{1}{2}$.

在 Rt△ENA 中，

$AN=\sqrt{AE^2-EN^2}=\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{7}{2}$,

∴ $OA=AN+ON=6$,

∴ $A(0,6)$, $B(-2,0)$, $C(3,0)$,

设过 A, B, C 三点的抛物线的解析式为

$y=a(x+2)(x-3)$，把 $A(0,6)$ 代入得 $a=-1$,

∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+x+6$.

第8讲　概率初步

练一练

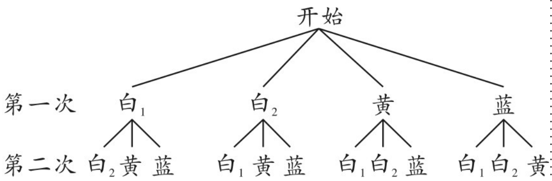
巩固演练

1.C　2.B　3.A　4.B　5.B

6.$\frac{3}{4}$　7.6　8.$\frac{2}{5}$　9.$\frac{1}{18}$　10.$\frac{2}{5}$

11.解：(1)设蓝球有x个，则由题意得$\frac{2}{2+1+x}=\frac{1}{2}$，解得$x$=1，则蓝球有1个.

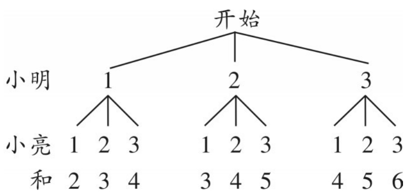
(2)树状图如答图8-1所示.



答图8-1

由树状图可知，两次都摸到白球的概率为$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

12.解：(1)树状图如答图8-2所示，

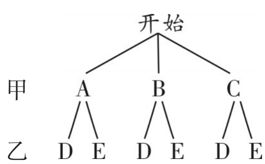


答图8-2

从树状图可看出小明和小亮抽得的数字之和可能是：2，3，4，5，6.

(2)∵和为偶数的有5种结果，和为奇数的有4种结果，所以P(小明胜)=$\frac{4}{9}$，P(小亮胜)=$\frac{5}{9}$，$\frac{4}{9}\neq\frac{5}{9}$，∴此游戏对双方不公平.

13.解：(1)树状图如答图8-3所示.



答图8-3

从树状图可知，有6种可能的结果(A，D)，(A，E)，(B，D)，(B，E)，(C，D)，(C，E).

(2)∵选中A型号电脑有2种方案，即(A，D)，(A，E)，∴A型号电脑被选中的概率是$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

提高演练

1.D　2.D　3. 5　4.$\frac{31}{34}$

5.解：两枚骰子的质量不可能都合格.理由如下：两枚骰子分别记为第1枚和第2枚，可以用答图8-4列举出所有可能出现的结果.

第1枚 / 第2枚	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

答图8-4

∵抛两枚骰子，可能出现的结果有36种，并且它们出现的可能性相等，出现两个朝上面的点数和为7有6种情况，

∴出现两个朝上面的点数和为7的概率为$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}\approx$0.167.

而试验20 000次出现两个朝上面的点数和为7的频率为$\frac{20}{20\,000}$=0.001.

因为试验次数足够多时，频率应接近概率，而0.001和0.167相差很大，所以两枚骰子的质量不可能都合格.

第8讲测试题

1.D　2.D　3.D　4.B　5.C　6.C　7.B　8.C　9.B　10.C　11.A　12.一定会发生　13.$\frac{1}{6}$

14.8.8　15.$\frac{2}{3}$　16.$\frac{1}{16}$

17.解：(1)是必然事件；

(2)是必然事件；

(3)是不可能事件；

(4)是随机事件.

18.解：(1)补全表格如下：

转动转盘的次数	100	150	200	500	800	1 000
落在“铅笔”区域的次数	68	111	136	345	564	701
落在“铅笔”区域的频率	0.68	0.74	0.68	0.69	0.705	0.701

(2) 随着转动转盘的次数增加,落在“铅笔”区域的频率越来越稳定,当转动转盘1000次时,落在“铅笔”区域的频率是0.701,于是可以估计落在“铅笔”区域的概率是0.7.

(3) 圆心角的度数约为$0.7×360°=252°$.

19. 解:(1)共有4种等可能结果,而取到红枣粽子的结果有2种,则P(取到红枣粽子)$=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

(2)

花盘 白盘	A	B	C_1	C_2
A_1	(A_1,A)	(A_1,B)	(A_1,C_1)	(A_1,C_2)
A_2	(A_2,A)	(A_2,B)	(A_2,C_1)	(A_2,C_2)
B	(B,A)	(B,B)	(B,C_1)	(B,C_2)
C	(C,A)	(C,B)	(C,C_1)	(C,C_2)

由上表可知,共有16种等可能的结果,其中小邱取到的2个粽子中1个是红枣、1个是豆沙的有3种情况.小邱取到的2个粽子中1个是红枣粽子、1个是豆沙粽子的概率是$\frac{3}{16}$.

20. 解:(1) P(能被2整除)$=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

(2)

小亮 小明	1	2	3	4
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

由上表可知,共有16种等可能的结果,其中能被3整除的有7种情况,能被4整除的有8种情况,

$\therefore P$(小亮参赛)$=\frac{7}{16}$,P(小明参赛)$=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$,

$\therefore \frac{7}{16}<\frac{1}{2}$,$\therefore$该游戏不公平.

21. 解:由表格知$\frac{m}{n}\approx1:2$,

P(落在$\odot O$内)$=\frac{m}{m+n}=\frac{1}{3}$.

$\because P$(落在$\odot O$内)$=\frac{S_{\odot O}}{S_{\odot O}+S_{阴影}}$,$\therefore \frac{S_{\odot O}}{S_{ABC}}=\frac{1}{3}$.

$\because S_{\odot O}=\pi\times1^2=\pi(m^2)$,$\therefore S_{ABC}=3\pi(m^2)$.

22. 解:设“红$_1$”“红$_2$”“红$_3$”分别表示“红笔”,“黑$_1$”“黑$_2$”分别表示“黑笔”.画树状图如答图Ⅴ-1所示:

小军 小明	红$_1$	红$_2$	红$_3$	黑$_1$	黑$_2$
红$_1$		(红$_1$,红$_2$)	(红$_1$,红$_3$)	(红$_1$,黑$_1$)	(红$_1$,黑$_2$)
红$_2$	(红$_2$,红$_1$)		(红$_2$,红$_3$)	(红$_2$,黑$_1$)	(红$_2$,黑$_2$)
红$_3$	(红$_3$,红$_1$)	(红$_3$,红$_2$)		(红$_3$,黑$_1$)	(红$_3$,黑$_2$)
黑$_1$	(黑$_1$,红$_1$)	(黑$_1$,红$_2$)	(黑$_1$,红$_3$)		(黑$_1$,黑$_2$)
黑$_2$	(黑$_2$,红$_1$)	(黑$_2$,红$_2$)	(黑$_2$,红$_3$)	(黑$_2$,黑$_1$)	

答图Ⅴ-1

由树状图可知,共有20种等可能的情况,其中颜色相同的有8种情况,

$\therefore P$(小明获胜)$=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.$\therefore P$(小军获胜)$=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

$\because \frac{2}{5}\neq\frac{3}{5}$,$\therefore$游戏不公平.

综合测试题

1.D 2.B 3.C 4.C 5.D 6.A 7.B 8.C 9.B

10.C 11.0.8 12.3π

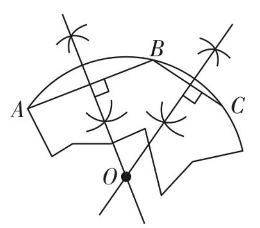
13.满足$c>1$的任何实数,例如$c=2$

14.4 15.33 750 16.$2\sqrt{2}$

17.解:(1)$x_1=-1$,$x_2=5$;

(2)$x_1=\frac{-1+\sqrt{6}}{5}$,$x_2=\frac{-1-\sqrt{6}}{5}$.

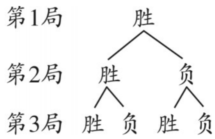
18.解:如答图综Ⅰ-1,点O即为所求作的圆心.



答图综Ⅰ-1

19. 解：(1) $\frac{1}{8}$

(2)树状图如答图综Ⅰ-2所示.



答图综Ⅰ-2

由树状图可知第2，3局共有4种等可能的结果：(胜，胜)，(胜，负)，(负，胜)，(负，负)，其中甲获胜的结果有3种，P(甲最终获胜)$=\frac{3}{4}$.

20. 解：(1)根据题中条件售价每降低100元，月销量就可多50台. 可得

$y=200+50\times\frac{4\,000-x}{100}=-0.5x+2\,200$，

$\because\begin{cases}x\geqslant 3\,000,\\-0.5x+2\,200\geqslant 450,\end{cases}$

解得 $3\,000\leqslant x\leqslant 3\,500$，

$\therefore y=-0.5x+2\,200(3\,000\leqslant x\leqslant 3\,500)$.

(2) $w=(x-2\,000)(-0.5x+2\,200)$

$=-0.5(x-3\,200)^2+720\,000$.

$\because 3\,000\leqslant x\leqslant 3\,500$，

$\therefore$ 当 $x=3\,200$ 时，利润最大，最大利润为720 000元.

即售价定为3 200元/台时，商场每月获得的利润 w 最大，最大利润是720 000元.

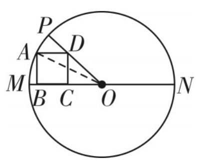
21. 解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore DC=BC=AB=1$，$\angle DCO=\angle ABC=90°$.

$\because \angle DOC=45°$，$\therefore CO=DC=1$，

$\therefore BO=BC+CO=2$.

如答图综Ⅰ-3，连接 AO，则 $\triangle ABO$ 为直角三角形，



答图综Ⅰ-3

于是 $AO=\sqrt{AB^2+BO^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

即⊙O 的半径为 $\sqrt{5}$.

22. 解：(1) $\because B(-3,0)$，$\therefore OC=OB=3$，$\therefore c=3$.

将 $A(1,0)$，$B(-3,0)$ 代入 $y=ax^2+bx+3(a\neq0)$，

得 $\begin{cases}a+b+3=0,\\9a-3b+3=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\b=-2.\end{cases}$

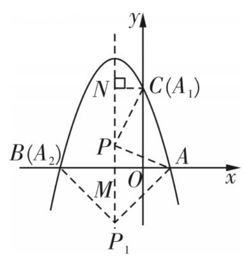
$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-x^2-2x+3$.

(2) $\because$ 点 P 在抛物线 $y=-x^2-2x+3$ 的对称轴直线 $x=-1$ 上，$\therefore$ 设点 P 的坐标为 $(-1,m)$，

①当 $m\geqslant0$ 时，由旋转的性质得 $PA=PA_1$，$\angle APA_1=90°$，

如答图综Ⅰ-4，过 A_1 作 $A_1N\perp$ 对称轴，垂足为 N，

设对称轴与 x 轴交于点 M，



答图综Ⅰ-4

$\therefore \angle NPA_1+\angle MPA=\angle NA_1P+\angle NPA_1=90°$，

$\therefore \angle NA_1P=\angle MPA$.

在 $\triangle A_1NP$ 与 $\triangle PMA$ 中，

$\begin{cases}\angle A_1NP=\angle PMA=90°,\\\angle NA_1P=\angle MPA,\\PA_1=AP,\end{cases}$ $\therefore \triangle A_1NP\cong\triangle PMA$，

$\therefore A_1N=PM=m$，$PN=AM=2$，

$\therefore A_1(m-1,m+2)$，

代入 $y=-x^2-2x+3$，得 $m+2=-(m-1)^2-2(m-1)+3$，

解得 $m_1=1$，$m_2=-2$(舍去)，

此时 P 点的坐标为 $(-1,1)$.

②当 $m<0$ 时，要使 $P_1A=P_1A_2$，由图可知 A_2 点与 B 点重合，

$\because \angle AP_1A_2=90°$，$\therefore MP_1=MA=2$，

$\therefore P_1(-1,-2)$，

$\therefore$ 满足条件的点 P 的坐标为 $(-1,1)$ 或 $(-1,-2)$.