



参 考 答 案

第 26 章 二次函数

26.1 二次函数

自主学习·探新知

$$ax^2+bx+c$$

┆ 小题快练 ┆

1. × 2. √ 3. ×

课堂达标·练基础

题组一

1. C 2. C 3. 2

4. **解析** (1)由函数是关于 x 的二次函数,得 $m^2-1 \neq 0$,即 $m \neq \pm 1$,所以当 $m \neq \pm 1$ 时,此函数是关于 x 的二次函数.

(2)由函数是关于 x 的一次函数,

$$\text{得} \begin{cases} m^2-1=0, \\ m+1 \neq 0, \end{cases} \text{解得 } m=1,$$

所以当 $m=1$ 时,此函数是关于 x 的一次函数.

题组二

1. D 2. $a(1+x)^2$

3. 证明 (1)∵ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC=1$, ∴ $\angle B=\angle C=45^\circ$.

$$\therefore \angle BDA + \angle BAD = 135^\circ.$$

$$\therefore \angle ADE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BDA + \angle CDE = 135^\circ.$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CDE.$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE.$$

解析 (2)∵ $\triangle ABD \sim \triangle DCE$, ∴ $\frac{AB}{DC}$

$$= \frac{BD}{CE}.$$

$$\therefore BD=x, \therefore CD=BC-BD=\sqrt{2}-x.$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}-x} = \frac{x}{CE}, \therefore CE = \sqrt{2}x - x^2.$$

$$\therefore AE = AC - CE = 1 - (\sqrt{2}x - x^2)$$

$$= x^2 - \sqrt{2}x + 1. \text{即 } y = x^2 - \sqrt{2}x + 1.$$

┆ 鉴前启后 ┆

(1)未考虑二次项系数不为 0.

(2)所以 $m=1$ 或 -1 ,

又因为 $m-1 \neq 0$,所以 $m \neq 1$,

所以 $m=-1$.

26.2 二次函数的图象与性质

1. 二次函数 $y=ax^2$ 的图象与性质

自主学习·探新知

1. 抛物线 y 轴 顶点

2. 向上 向下 $(0,0)$ $(0,0)$

增大 减小 减小 增大

0 0 0 0

┆ 小题快练 ┆

1. × 2. × 3. √ 4. √ 5. ×

课堂达标·练基础

题组一

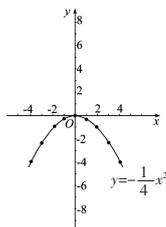
1. A 2. D 3. A

4. 向上 y 轴 $(0,0)$

5. **解析** 列表

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = -\frac{1}{4}x^2$...	-4	$-\frac{9}{4}$	-1	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	-1	$-\frac{9}{4}$	-4	...

描点连线,如图所示:



题组二

1. B 2. (1)0 大 0 (2)2

3. **解析** 因为二次函数 $y=(3m+6)x^2$ 的图象在三、四象限,所以 $3m+6 < 0$,所以 $m < -2$,所以当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.

┆ 鉴前启后 ┆

(1)③

(2)因为抛物线的开口向下,所以 $a+2 < 0$,即 $a < -2$.所以当 $a=-3$ 时,抛物线的开口向下.

2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质

第 1 课时

自主学习·探新知

向上 向下 $(0,k)$ $(0,k)$ y y
增大 减小 减小 增大 0 k
0 k

┆ 小题快练 ┆

1. √ 2. × 3. √ 4. ×

课堂达标·练基础

题组一

1. C 2. C 3. $y=2x^2+1$

4. **解析** ∵ 抛物线是二次函数的图象,∴ $m^2-4m-3=2$,解得 $m=-1$ 或 $m=5$,又 ∵ 顶点在 x 轴下方,∴ $m-5 < 0$,即 $m < 5$,∴ $m=-1$.

题组二

1. 2

2. **解析** (1)设抛物线所对应的函数关系式为 $y=ax^2+11$,由题意得 $B(8,8)$,∴ $64a+11=8$,解得 $a=-\frac{3}{64}$,

$$\therefore y = -\frac{3}{64}x^2 + 11.$$

(2)水面到顶点 C 的距离不大于 5m 时,即水面与河底 ED 的距离 h 至少为 6m,

$$\therefore 6 = -\frac{1}{128}(t-19)^2 + 8, \text{解得 } t_1=35,$$

$t_2=3$,∴ 需要 $35-3=32$ (h)禁止船只通行.

答:需 32 小时禁止船只通行.

┆ 鉴前启后 ┆

(1)②

(2)在二次函数 $y=9x^2+2$ 中,∴ $a=9 > 0$,
∴ 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小,
又 ∵ $-6 \leq x \leq -5$,∴ 当 $x=-5$ 时,
 y 有最小值为 $9 \times 25 + 2 = 227$.

答案 227



第2课时

自主学习·探新知

1. 向上 向下 直线 $x=h$ 直线 $x=h$
 $(h,0)$ $(h,0)$ 当 $x=h$ 时, $y_{\text{最小}}=0$
 当 $x=h$ 时, $y_{\text{最大}}=0$ 增大 减小
 减小 增大

2. 右 h 左 h

小组快练

1. \times 2. \checkmark 3. \checkmark 4. \checkmark

课堂达标·练基础

题组

1. C 2. D 3. $y=2x^2$

4. 5 向下 $(-5,0)$ -5 大 0

5. 解析 由题意可知各二次函数图象的开口方向、对称轴及顶点坐标分别是

(1) 向下, 直线 $x=1, (1,0)$;

(2) 向上, 直线 $x=-5, (-5,0)$.

6. 解析 (1) $\therefore y=2x^2-12x+18$
 $=2(x^2-6x+9)=2(x-3)^2$
 \therefore 开口向上, 对称轴是直线 $x=3$,
 顶点为 $(3,0)$. 当 $x=0$ 时, $y=2(x-3)^2$
 $=2(0-3)^2=18$; 当 $y=0$ 时, $0=2(x-3)^2$,
 解得 $x=3$.
 \therefore 二次函数 $y=2x^2-12x+18$ 与 x 轴
 的交点为 $(3,0)$, 与 y 轴的交点为
 $(0,18)$.

(2) 当 $x>3$ 时, y 随 x 的增大而增大;
 当 $x<3$ 时, y 随 x 的增大而减小;
 当 $x=3$ 时, y 有最小值, 最小值为 0.

鉴前启后

(1) 混淆了抛物线的平移规律.
 (2) **D** 向右平移 3 个单位, 新函数的
 关系式为 $y=(x-3)^2$.

第3课时

自主学习·探新知

1. 向上 向下 (h,k) 直线 $x=h$
 h 小 k 减小 增大 h 大
 k 增大 减小

2. 相同 不同 左(右) 上(下)

h, k

小组快练

1. \times 2. \checkmark 3. \times 4. \checkmark

课堂达标·练基础

题组一

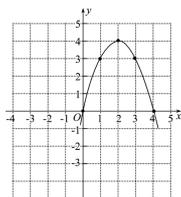
1. C

2. (1) 右 2 上 4

解析 (2) 列表:

x	\cdots	0	1	2	3	4	\cdots
$y=-(x-2)^2+4$	\cdots	0	3	4	3	0	\cdots

描点、连线, 如图所示.



3. 解析 (1) 因为抛物线 $y_1=-x^2+2$ 向
 右平移 1 个单位得到抛物线 y_2 ,
 所以抛物线 y_2 的函数关系式为
 $y_2=-(x-1)^2+2$. 所以抛物线 y_2 的顶
 点坐标为 $(1,2)$.

(2) 把阴影部分进行平移, 可得到
 阴影部分的面积即为图中两个方
 格的面积, 所以阴影部分的面积
 $S=1 \times 2=2$.

(3) 设抛物线 y_3 的函数关系式为
 $y_3=a(x-h)^2+k$.

因为 y_2 与 y_3 成中心对称, 抛物线
 y_2 的顶点坐标为 $(1,2)$, 所以 $a=1$,
 y_3 的顶点坐标为 $(-1,-2)$, 所以
 $h=-1, k=-2$, 所以抛物线 y_3 的函数
 关系式为 $y_3=(x+1)^2-2$.

题组二

1. C 2. A 3. $y_1>y_2>y_3$

4. 解析 (1) 在函数 $y=\frac{1}{2}(x+6)^2-8$
 中, $a=\frac{1}{2}, h=-6, k=-8, \therefore a=\frac{1}{2}>0$,
 \therefore 开口向上, 对称轴为直线 $x=-6$,

顶点坐标为 $(-6,-8)$.

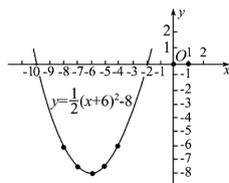
(2) 画函数图象的步骤是: 列表、
 描点、连线.

① 列表.

x	\cdots	-8	-7	-6	-5	-4	\cdots
y	\cdots	-6	$-7\frac{1}{2}$	-8	$-7\frac{1}{2}$	-6	\cdots

② 描点.

③ 连线(如图所示).



(3) 略 (4) 略

鉴前启后

(1) ②

(2) 再将抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+6$ 向左平移
 4 个单位, 得到抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x+$
 $4)^2+6$.

第4课时

自主学习·探新知

(1) $y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$ (2) $x=-\frac{b}{2a}$

$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ (3) 上 下

(4) ① 增大 减小 ② 减小 增大

(5) ① $-\frac{b}{2a}$ 小 $\frac{4ac-b^2}{4a}$

② $-\frac{b}{2a}$ 大 $\frac{4ac-b^2}{4a}$

小组快练

1. \times 2. \times 3. \times 4. \checkmark 5. \checkmark

课堂达标·练基础

题组一

1. D 2. B

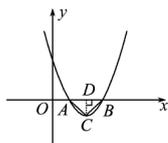
3. 解析 (1) $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$.

\therefore 顶点 C 的坐标为 $(2,-1)$.

当 $x \leq 2$ 时, y 随 x 的增大而减小;



当 $x > 2$ 时, y 随 x 的增大而增大.



(2) 解方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$, 得 $x_1 = 3, x_2 = 1$.

\therefore A 点的坐标为 $(1, 0)$,

B 点的坐标为 $(3, 0)$.

过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为点 D.

$\therefore AB = 2, CD = 1$.

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1.$$

题组二

1. D 2. D

鉴前启后

(1) ②

(2) \therefore 点 A 的坐标为 $(-m, 0)$, 又 \because 点 A 在此图象上, $\therefore -2m^2 - m^2 + m = 0$, 解得 $m_1 = 0, m_2 = \frac{1}{3}$, 由图象可知

$m \neq 0$, 即 $m = \frac{1}{3}$.

第 5 课时

自主学习·探新知

1. (1) $a(x-h)^2 + k$ h k

$$(2) -\frac{b}{2a} \quad \frac{4ac-b^2}{4a}$$

小试快练

1. \times 2. \times

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. $\frac{8}{3}$

3. 解析 (1) $y = (x-50)[50+5(100-x)]$

$$= (x-50)(-5x+550)$$

$$= -5x^2 + 800x - 27\,500.$$

$$\therefore y = -5x^2 + 800x - 27\,500.$$

$$(2) y = -5x^2 + 800x - 27\,500$$

$$= -5(x-80)^2 + 4\,500.$$

$\therefore a = -5 < 0$, \therefore 抛物线开口向下.

$\therefore 50 \leq x \leq 100$, 对称轴是直线 $x = 80$,

\therefore 当 $x = 80$ 时, $y_{\text{最大值}} = 4\,500$.

(3) 当 $y = 4\,000$ 时, $-5(x-80)^2 +$

$$4\,500 = 4\,000, \text{解这个方程, 得 } x_1 =$$

$$70, x_2 = 90.$$

\therefore 当 $70 \leq x \leq 90$ 时, 每天的销售利润不低于 4 000 元.

由每天的总成本不超过 7 000 元, 得 $50(-5x+550) \leq 7\,000$, 解这个不等式, 得 $x \geq 82$.

$$\therefore 82 \leq x \leq 90,$$

$$\therefore 50 \leq x \leq 100, \therefore 82 \leq x \leq 90,$$

\therefore 销售单价应该控制在 82 元至 90 元之间.

题组二

1. C

$$2. y = (10-2x)(20-2x) (0 < x < 5)$$

3. 解析 (1) $\because OE = 80\text{m}, OC = ED = 100\text{m},$

$AE = 60\text{m}, BC = 70\text{m}, \therefore OA = 20\text{m}, OB = 30\text{m}$, 即 A, B 的坐标为 $(0, 20)$, $(30, 0)$.

设直线 AB 的关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

$$\text{则 } \begin{cases} 30k + b = 0, \\ b = 20, \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{2}{3}, \\ b = 20. \end{cases}$$

则直线 AB 的关系式为 $y = -\frac{2}{3}x + 20$.

(2) ① 设点 P 的坐标为 $P(x, y)$.

\because 点 P 在直线 AB 上, 所以点 P 的坐标可以表示为 $(x, -\frac{2}{3}x + 20)$,

$$\therefore PK = 100 - x, PH = 80 - (-\frac{2}{3}x + 20)$$

$$= 60 + \frac{2}{3}x,$$

$$\therefore S = (100 - x)(60 + \frac{2}{3}x).$$

$$\text{② 由 } S = (100 - x)(60 + \frac{2}{3}x)$$

$$= -\frac{2}{3}(x-5)^2 + \frac{18\,050}{3},$$

所以, 当 $x = 5$ 时, 矩形面积的最大

$$\text{值为: } S_{\text{最大}} = \frac{18\,050}{3} \text{m}^2.$$

鉴前启后

(1) ③

(2) $\because 0 < x \leq 4$, \therefore 当 $x = 2$ 时, S 有最小值 6, 当 $x = 4$ 时, S 有最大值 8.

$\therefore \triangle ADN$ 的最大面积是 8, 最小面积是 6.

3. 求二次函数的表达式

自主学习·探新知

顶点式 交点式 一般式

小试快练

1. \times 2. \times 3. \sqrt 4. \times

课堂达标·练基础

题组一

1. A 2. A 3. $y = x^2 - 7x + 12$

4. 解析 (1) $\because A(-1, 0), B(4, 0)$,

$\therefore AO = 1, OB = 4, AB = AO + OB = 1 + 4 = 5$, $\therefore OC = 5$, 即点 C 的坐标为 $(0, 5)$.

(2) 设图象经过 A, C, B 三点的二次函数的表达式为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 由于这个函数图象过点 $(0, 5)$, 可以得到 $c = 5$, 又由于该图象过点 $(-1, 0), (4, 0)$,

$$\text{则 } \begin{cases} a - b + 5 = 0, \\ 16a + 4b + 5 = 0, \end{cases}$$

$$\text{解方程组, 得 } \begin{cases} a = -\frac{5}{4}, \\ b = \frac{15}{4}, \end{cases}$$

故所求的函数表达式为

$$y = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{4}x + 5.$$

题组二

1. C

2. 解析 根据题意得顶点为 $(-1, 4)$.

由条件得与 x 轴交点坐标 $(2, 0), (-4, 0)$, 设二次函数表达式: $y = a(x+1)^2 + 4$, 把点 $(2, 0)$ 代入表达式, 得 $0 = a(2+1)^2 + 4$, 解得 $a = -\frac{4}{9}$.

所以此抛物线表达式为

$$y = -\frac{4}{9}(x+1)^2 + 4.$$



3. **解析** (1) 设抛物线的表达式为 $y = a(x-1)^2 - 4$ ($a \neq 0$), 把点 $(0, -2)$ 代入得 $a = 2$, \therefore 抛物线的表达式为 $y = 2(x-1)^2 - 4$.

(2) 当 $y = 0$ 时, $2(x-1)^2 - 4 = 0$.

解得 $x_1 = \sqrt{2} + 1, x_2 = -\sqrt{2} + 1$,

\therefore 图象与 x 轴的交点坐标为 $(\sqrt{2} + 1, 0), (-\sqrt{2} + 1, 0)$.

鉴前毖后

(1) ③

(2) 因为函数是二次函数, 所以 $m \neq 0$, 所以当 $m = 2$ 时, 二次函数 $y = mx^2 - 3x + 2m - m^2$ 的图象过原点.

26.3 实践与探索

第 1 课时

自主学习·探新知

平面直角坐标系 表达式

取值范围 实际问题

小题快练

1. \checkmark 2. \times

课堂达标·练基础

题组

1. A 2. 能

3. **解析** 以点 O 为原点, AB 所在直线为 x 轴建立直角坐标系(如图).

则 $M(0, 5), B$

$(2, 0), C(1, 0),$

$D(\frac{3}{2}, 0),$

设抛物线的关系式为 $y = ax^2 + k$,

抛物线过点 M 和点 B , 则 $k = 5$,

$a = -\frac{5}{4}$,

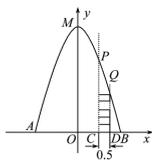
即抛物线的关系式为 $y = -\frac{5}{4}x^2 + 5$.

当 $x = 1$ 时, $y = \frac{15}{4}$;

当 $x = \frac{3}{2}$ 时, $y = \frac{35}{16}$.

即 $P(1, \frac{15}{4}), Q(\frac{3}{2}, \frac{35}{16})$ 在抛物线上.

当竖直摆放 5 个圆柱形桶时, 桶高为 $0.3 \times 5 = \frac{3}{2}$.



$$\therefore \frac{3}{2} < \frac{15}{4} \text{ 且 } \frac{3}{2} < \frac{35}{16},$$

\therefore 网球不能落入桶内.

鉴前毖后

(1) ①

(2) 把点 C 的纵坐标 $y = 3.05$ 代入函数表达式, 得 $-\frac{1}{5}x^2 + 3.5 = 3.05, x = 1.5$ 或 $x = -1.5, OB = 1.5\text{m}$, 即她与篮底的距离是 $1.5 + 2.5 = 4\text{m}$.

答案 4

第 2 课时

自主学习·探新知

1. 两个不等实数根 两个相等实数根 无实数根

2. (1) 上方 (2) 下方

小题快练

1. \times 2. \times 3. \times 4. \checkmark

课堂达标·练基础

题组一

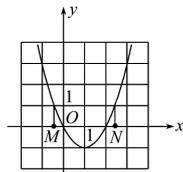
1. D 2. A 3. A

4. $x_1 = 0, x_2 = 2$

题组二

1. C 2. D 3. $x_1 = 1.6, x_2 = 4.4$

4. **解析** (1)(2) 如图.



(3) $x_M = -0.4, x_N = 2.4$.

鉴前毖后

(1) ③

(2) 因为此函数是二次函数, 所以 $k \neq 0$, 所以 k 的取值范围是 $k > -\frac{9}{8}$,

且 $k \neq 0$.

章末复习课

知识架构·建体系

① 形如 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数叫做 x 的二次函数

② 抛物线

③ 当 $a > 0$ 时, 抛物线开口向上, 当 $a <$

0 时, 抛物线开口向下

$$\textcircled{4} \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) \quad \textcircled{5} x = -\frac{b}{2a}$$

⑥ 当 $a > 0$ 时, 在对称轴的左侧, y 随 x 的增大而减小, 在对称轴的右侧, y 随 x 的增大而增大; 当 $a < 0$ 时, 在对称轴的左侧, y 随 x 的增大而增大, 在对称轴的右侧, y 随 x 的增大而减小

⑦ 函数表达式、表格、图象

⑧ 有两个交点 $\Leftrightarrow b^2 - 4ac > 0$; 有一个交点 $\Leftrightarrow b^2 - 4ac = 0$; 没有交点 $\Leftrightarrow b^2 - 4ac < 0$

考点突破·明方法

考点一

点对训练

1. B 2. C 3. C

考点二

点对训练

1. **解析** (1) $\because B(4, m)$ 在直线 $y = x + 2$ 上,

$$\therefore m = 4 + 2 = 6, \therefore B(4, 6),$$

$$\therefore A\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right), B(4, 6) \text{ 在抛物线 } y =$$

$$ax^2 + bx + 6 \text{ 上,}$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{5}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 a + \frac{1}{2} b + 6, \\ 6 = 4^2 a + 4b + 6, \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = -8, \therefore y = 2x^2 - 8x + 6.$$

(2) 存在点 P , 使线段 PC 的长有最大值.

设动点 P 的坐标为 $(n, n + 2)$, 则 C 点的坐标为 $(n, 2n^2 - 8n + 6)$,

$$\therefore PC = (n + 2) - (2n^2 - 8n + 6)$$

$$= -2n^2 + 9n - 4$$

$$= -2\left(n - \frac{9}{4}\right)^2 + \frac{49}{8},$$

$\therefore PC > 0, \therefore$ 当 $n = \frac{9}{4}$ 时, 线段 PC 最

大且为 $\frac{49}{8}$.

(3) $P(3, 5)$ 或 $\left(\frac{7}{2}, \frac{11}{2}\right)$.



考点三

对点训练

解析 (1) $y=ax^2+bx-75$ 图象过点 $(5,0), (7,16)$,

$$\therefore \begin{cases} 25a+5b-75=0, \\ 49a+7b-75=16, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=-1, \\ b=20, \end{cases}$$

$y=-x^2+20x-75$ 的顶点坐标是 $(10, 25)$, 当 $x=10$ 时, $y_{\text{最大}}=25$.

答: 销售单价为 10 元时, 该种商品每天的销售利润最大, 最大利润为 25 元.

(2) \because 函数 $y=-x^2+20x-75$ 图象的对称轴为直线 $x=10$, 可知点 $(7, 16)$ 关于对称轴的对称点是 $(13, 16)$, 又 \because 函数 $y=-x^2+20x-75$ 图象开口向下,

\therefore 当 $7 \leq x \leq 13$ 时, $y \geq 16$.

答: 销售单价不少于 7 元且不超过 13 元时, 该种商品每天的销售利润不低于 16 元.

单元评价检测(一)

1. B 2. A 3. C 4. C 5. D 6. B

7. C 8. $0 < x < 1$ 9. $a+4$

10. ①③④ 11. $(60+x)$ 12. $a < -5$

13. (1) 点 B 的坐标为 $(1, 0)$

(2) 点 P 的坐标为 $(4, 21)$ 或 $(-4, 5)$

14. 解析 (1) \because 抛物线的顶点为 $A(1, 4)$,

\therefore 设抛物线的表达式为 $y=a(x-1)^2+4(a \neq 0)$, 把点 $B(0, 3)$ 代入得, $a+4=3$, 解得 $a=-1$,

\therefore 抛物线的表达式为 $y=-(x-1)^2+4$.

(2) 点 B 关于 x 轴的对称点 B' 的坐标为 $(0, -3)$, 由轴对称确定最短路线问题, 连接 AB' 与 x 轴的交点即为点 P, 设直线 AB' 的表达式为 $y=kx+b(k \neq 0)$,

$$\text{则} \begin{cases} k+b=4, \\ b=-3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=7, \\ b=-3, \end{cases}$$

\therefore 直线 AB' 的表达式为 $y=7x-3$,

令 $y=0$, 则 $7x-3=0$, 解得 $x=\frac{3}{7}$,

所以, 当 PA+PB 的值最小时, 点 P 的坐标为 $(\frac{3}{7}, 0)$.

15. 解析 (1) 由题意得: $y=(210-10x)(50+x-40)=-10x^2+110x+2100(0 < x \leq 15, \text{且 } x \text{ 为整数})$.

(2) 由(1)中的 y 与 x 的表达式配方得: $y=-10(x-5.5)^2+2402.5$.

$\because a=-10 < 0, \therefore$ 当 $x=5.5$ 时, y 有最大值 2 402.5.

$\because 0 < x \leq 15$, 且 x 为整数, 当 $x=5$ 时, $50+x=55, y=2400$ (元), 当 $x=6$ 时, $50+x=56, y=2400$ (元)

\therefore 当售价定为每件 55 或 56 元时, 每个月的利润最大, 最大的月利润是 2 400 元.

(3) 当 $y=2200$ 时, $-10x^2+110x+2100=2200$, 解得: $x_1=1, x_2=10$.

\therefore 当 $x=1$ 时, $50+x=51$, 当 $x=10$ 时, $50+x=60$.

\therefore 当售价定为每件 51 元或 60 元, 每个月的利润为 2 200 元.

当售价不低于 51 元且不高于 60 元且为整数时, 每个月的利润不低于 2 200 元.

第 27 章 圆

27.1 圆的认识

1. 圆的基本元素

自主学习·探新知

1. (1) 圆 O $\odot O$ (2) OA OB OC

(3) AB (4) AC BC AB

(5) 曲线 \widehat{BC} \widehat{AC} \widehat{BAC}

小于 \widehat{AC} \widehat{BC} 大于

\widehat{BAC} \widehat{ABC}

(6) $\angle AOC$ $\angle BOC$ 圆心 O

2. 圆心 半径

3. 相等 同圆 等圆 重合

小题快练

1. $\sqrt{2}$ 2. \times 3. \times 4. \times 5. $\sqrt{2}$

课堂达标·练基础

题组一

1. C 2. B 3. 8

4. 解析 由题意可知 $AB=2.5\text{m}, AC=1.5\text{m}$, 所以 $BC=\sqrt{2.5^2-1.5^2}=2(\text{m})$, 小狗活动的最大区域是以小明的站立点为圆心, 2m 为半径的圆及其内部, 如图 2.

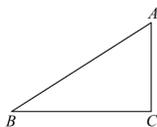


图 1

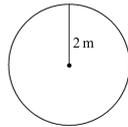


图 2

题组二

1. A 2. C

3. 解析 连接 OD,

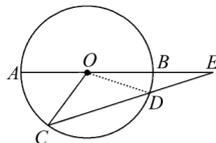
$$\because AB=2DE=2OD,$$

$$\therefore OD=DE, \text{又} \because \angle E=18^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE=\angle E=18^\circ,$$

$$\therefore \angle ODC=36^\circ, \text{同理} \angle C=\angle ODC=36^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC=\angle E+\angle OCE=54^\circ.$$



鉴前毖后

(1) 点 P 是射线 OA 上的一个动点, 因而点 P 与线段 OA 有以下位置关系: 点 P 在线段 OA 上, 点 P 在 OA 的延长线上. 要分这两种情况进行讨论, 解题时遗漏另外一种情况, 出现错误.

(2) 分两种情况:

① 当点 P 在线段 OA 上时(如图解图), $\angle OCP=40^\circ$.

② 当点 P 在线段 OA 的延长线上



时, $\angle OCP=100^\circ$.

解析如下:如图,设 $\angle OCP=x$,

$$\therefore \angle AOC=30^\circ,$$

$$\therefore \angle OPC=150^\circ-x.$$

$$\text{又} \because QP=QO,$$

$$\therefore \angle QOP=\angle OPC=150^\circ-x.$$

$$\text{又} \because OQ=OC,$$

$$\therefore \angle OQP=\angle OCQ=180^\circ-x,$$

$$\therefore 180^\circ-x+2(150^\circ-x)=180^\circ,$$

$$\therefore x=100^\circ.$$

答案 40° 或 100°

2. 圆的对称性

自主学习·探新知

1. (2)任意一条直径所在的直线

2. (1)相等 相等

(2)相等 相等

(3)相等 相等

3. (1)平分这条弦 平分这条

(2)垂直 平分 垂直平分

小练习

1. \times 2. \times 3. \times 4. \sqrt 5. \times

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. A 3. 120°

4. **证明** 连接 OC .

$\therefore C$ 为 \widehat{AB} 的中点,

$$\therefore \widehat{BC}=\widehat{AC},$$

$$\therefore \angle MOC=\angle NOC.$$

又 $\because M, N$ 分别是 OA, OB 的中点,

$$\therefore OM=\frac{1}{2}OA, ON=\frac{1}{2}OB,$$

$$\therefore OA=OB \quad \therefore OM=ON.$$

又 $\because OC=OC,$

$$\therefore \triangle OMC \cong \triangle ONC, \therefore MC=NC.$$

题组二

1. B 2. A 3. D 4. (6, 0)

鉴前后

(1)油的深度为 CD , 不是 OD ; 漏掉了当 AB 在圆心 O 的上方的情

况.

(2)当 AB 在圆心 O 的下方时, 油的深度为 $CD=5-3=2(\text{cm})$; 当 AB 在圆心 O 的上方时, 油的深度为 $CD=5+3=8(\text{cm})$.

3. 圆周角

自主学习·探新知

1. (1)顶点在圆上

(2)两边与圆相交

2. 相等 90° (直角)

3. (1)一半 相等

(2)直径 (3)互补

4. 各顶点 内接多边形

小练习

1. \times 2. \sqrt 3. \sqrt 4. \sqrt 5. \sqrt

课堂达标·练基础

题组一

1. B 2. B 3. $\frac{4}{5}$

4. **解析** (1) $\because AB$ 是半圆 O 的直径,

$$\therefore \angle ACB=90^\circ, \text{又} \because OD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEO=90^\circ, \text{即} OE \perp AC,$$

$$\angle CAB=90^\circ-\angle B=90^\circ-70^\circ=20^\circ.$$

$$\therefore OA=OD,$$

$$\therefore \angle DAO=\angle ADO=\frac{180^\circ-\angle AOD}{2}$$

$$=\frac{180^\circ-70^\circ}{2}=55^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD=\angle DAO-\angle CAB=55^\circ-20^\circ=35^\circ.$$

$$(2)\text{在 Rt}\triangle ABC \text{中}, BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}.$$

$$\therefore OE \perp AC, \therefore AE=EC,$$

$$\text{又} \because OA=OB,$$

$$\therefore OE=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{7}}{2}.$$

$$\text{又} \because OD=\frac{1}{2}AB=2,$$

$$\therefore DE=OD-OE=2-\frac{\sqrt{7}}{2}.$$

题组二

1. C 2. 75°

3. **解析** $\triangle DBC$ 为等腰三角形. 理由如下:

\therefore 四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形,

$$\therefore \angle DCB+\angle DAB=180^\circ,$$

$$\text{又} \angle EAD+\angle DAB=180^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD=\angle DCB.$$

$$\text{又} \because \angle DAC=\angle DBC,$$

$$\therefore AD \text{ 平分 } \angle EAC$$

$$\therefore \angle EAD=\angle DAC,$$

$$\therefore \angle DBC=\angle DCB,$$

$$\therefore DB=DC, \text{即} \triangle DBC \text{ 为等腰三角形.}$$

4. **证明** (1) $\because AB=CD,$

$$\therefore \angle DAC=\angle ADB,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle DAB(\text{AAS}).$$

$$\therefore AC=BD.$$

$$(2)\because \widehat{CF}=\widehat{AD}, \therefore \angle CAF=\angle DBA.$$

$$\therefore \angle AEB=\angle PEA,$$

$$\therefore \triangle AEB \sim \triangle PEA.$$

$$\therefore EA^2=EB \cdot EP.$$

$$\therefore AB=CD$$

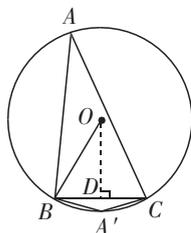
$$\therefore \angle DAC=\angle ADB, \therefore EA=ED,$$

$$\therefore ED^2=EB \cdot EP.$$

鉴前后

(1)本题只考虑了圆心 O 在 $\triangle ABC$ 内的情况, 没考虑圆心 O 在 $\triangle ABC$ 外的情况.

(2)分两种情况讨论: ①点 O 在 $\triangle ABC$ 内, 过点 O 作 $OD \perp BC$ 于点 D , 如图所示:



$\therefore OD \perp BC,$



$$\therefore BD=CD=\frac{1}{2}BC=2\text{cm},$$

$$\therefore \sin \angle BOD = \frac{BD}{OB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle BOD = 30^\circ, \therefore \angle BOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ.$$

②点 O 在 $\triangle ABC$ 外;同理可求 $\angle A = 150^\circ$.

因此 $\angle A$ 的度数为 30° 或 150° .

期中综合检测

1. D 2. C 3. D 4. A 5. D

6. B 7. A 8. B 9. A 10. B

11. 4 12. 65 350 13. $4 \leq AP \leq 5$

14. 9 15. 6 16. $y_3 > y_1 > y_2$

17. $P = -2x^2 + 500x$ 18. $\frac{4}{x}$

19. **解析** (1) 设 $t = kx + b$ ($k \neq 0$), 把

$$(38, 4), (36, 8) \text{ 代入得 } \begin{cases} 4 = 38k + b, \\ 8 = 36k + b, \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -2, \\ b = 80. \end{cases} \text{ 故 } t = -2x + 80.$$

(2) 设毛利润为 w 元, 则 $w = xt - 20t = (x - 20)t = (x - 20)(-2x + 80) = -2x^2 + 120x - 1600 = -2(x - 30)^2 + 200$,
 \therefore 当 $x = 30$ 时, $w_{\text{最大}} = 200$ 元.

20. **解析** (1) 把 $P(-2, 5)$ 代入 $y = x^2 + bx - 3$ 得, $b = -2$,

所以 $y = (x - 1)^2 - 4$, $x = 1$ 时, $y = -4$,
 $x = 3$ 时, $y = 0$,

所以 $1 < x \leq 3$ 时, $-4 < y \leq 0$.

(2) ①当 $m = 4$ 时, y_1, y_2, y_3 的值分别为 $5, 12, 21$, 由于 $5 + 12 < 21$, 所以不能作为三角形的三边长.

②当 m 取不小于 5 的任意实数时, 由图象可知 $y_1 < y_2 < y_3$, y_1, y_2, y_3 的值分别为 $m^2 - 2m - 3, m^2 - 4, m^2 + 2m - 3$, $y_1 + y_2 - y_3 = (m^2 - 2m - 3) + (m^2 - 4) - (m^2 + 2m - 3) = m^2 - 4m - 4 = (m - 2)^2 - 8$, 当 m 不小于 5 时, $(m - 2)^2 \geq$

9 , 所以 $(m - 2)^2 - 8 > 0$, 即 $y_1 + y_2 > y_3$ 成立.

所以当 m 取不小于 5 的任意实数时, y_1, y_2, y_3 一定能作为同一个三角形三边的长.

21. (1) $\odot O$ 的直径是 20 ;

(2) $\angle D = 30^\circ$.

22. (1) $PA = \frac{13\sqrt{2}}{2}$; (2) $PA = 3\sqrt{13}$.

23. (1) $S_{\triangle OAB} = 4$

(2) ① $c = 4$ ② $1 < m < 3$

24. (1) $\because \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore AC, BD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形.

$\because AD = CD$, \therefore 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore AC \perp BD$.

(2) $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{5}$.

25. **解析** (1) 由图象可以看出, y 与 x 之间的函数关系为一次函数, 因此, 可设为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$). 由已知两点 $(10, 40), (18, 24)$, 代

$$\text{入得 } \begin{cases} 10k + b = 40, \\ 18k + b = 24, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = -2, \\ b = 60, \end{cases}$$

$\therefore y = -2x + 60$ ($10 \leq x \leq 18$).

(2) 销售利润 $W = y(x - 10) = (x - 10) \cdot (-2x + 60) = -2x^2 + 80x - 600$, 配方得 $W = -2(x - 20)^2 + 200$.

由于 $10 \leq x \leq 18$, 在该抛物线的对称轴左侧, W 随 x 的增大而增大, 因此, 当销售价 $x = 18$ 元/千克时, 有最大利润 192 元.

(3) 若 $W = -2x^2 + 80x - 600 = 150$, 则 $x_1 = 15, x_2 = 25$.

但当 $x = 25$ 时, 不满足 $10 \leq x \leq 18$, 所以销售价应定为 15 元/千克.

26. **解析** (1) 如图 1, 连接 CB .

$\therefore BC = 2, OC = 1$,

$\therefore OB = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$,

$\therefore B(0, \sqrt{3})$.

将 $A(3, 0)$,

$B(0, \sqrt{3})$ 代入

二次函数的关系

式得

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + 9 + 3b + c = 0, \\ c = \sqrt{3}, \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \\ c = \sqrt{3}, \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}.$$

(2) 存在. 如图 2, 作线段 OB 的垂直平分线 l , 与抛物线的交点即为点 P .

$\therefore B(0, \sqrt{3})$,

$O(0, 0)$,

\therefore 直线 l 的关

系式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

代入抛物线的关系式,

$$\text{得 } -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 解得 } x = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$\therefore P \left(1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

(3) 如图 3, 作 $MH \perp x$ 轴于点 H .

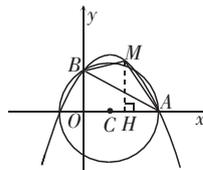


图 3

设 $M(x_m, y_m)$, 则 $S_{\triangle MAB} = S_{\text{梯形 } MBCH} +$

$$S_{\triangle MHA} - S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}(MH + OB) \cdot OH$$

$$+ \frac{1}{2}HA \cdot MH - \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}(y_m +$$

$$\sqrt{3})x_m + \frac{1}{2}(3 - x_m)y_m - \frac{1}{2} \times 3 \times$$



$$\begin{aligned}\sqrt{3} &= \frac{\sqrt{3}}{2}x_m + \frac{3}{2}y_m - \frac{3}{2}\sqrt{3} \\ \therefore y_m &= -\frac{\sqrt{3}}{3}x_m^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x_m + \sqrt{3} \\ \therefore S_{\triangle MAB} &= \frac{\sqrt{3}}{2}x_m + \frac{3}{2} \\ &\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}x_m^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x_m + \sqrt{3}\right) - \\ &\frac{3\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}x_m^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}x_m \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(x_m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9\sqrt{3}}{8} \\ \therefore \text{当 } x_m &= \frac{3}{2} \text{ 时, } S_{\triangle MAB} \text{ 取得最大值,} \\ \text{最大值为 } &\frac{9\sqrt{3}}{8}.\end{aligned}$$

27.2 与圆有关的位置关系

1. 点与圆的位置关系

自主学习·探新知

1. 点在圆上, 点在圆外, 点在圆内
2. $= < >$
3. (1)无数 (2)无数 垂直平分线上
(3)不在同一直线上
4. (1)三个顶点
(2)外接圆 三条边垂直平分线

小标题快练

1. \checkmark 2. \times 3. \times 4. \checkmark 5. \times 6. \checkmark

课堂达标·练基础

题组一

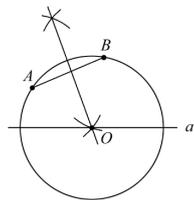
1. C 2. C 3. A

4. **解析** \because 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=2\text{cm}, BC=4\text{cm}$,
 $\therefore AB=2\sqrt{5}\text{cm}$.
 $\therefore CD$ 是中线, $\because \angle ACB=90^\circ$
 $\therefore CD=\frac{1}{2}AB=\sqrt{5}\text{cm}$.
 $\therefore AC=2\text{cm} < \sqrt{5}\text{cm}$,
 $BC=4\text{cm} > \sqrt{5}\text{cm}, CD=\sqrt{5}\text{cm}$,
 \therefore 点 A 在 $\odot C$ 内, 点 B 在 $\odot C$ 外,
 点 D 在 $\odot C$ 上.

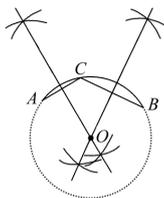
题组二

1. D 2. D 3. 10 或 8

4. **解析** 如图所示



5. **解析** 作法:(1)在 \widehat{AB} 上任取一点 C (点 C 与 A, B 两点不重合);
 (2)连接 AC, BC ;
 (3)分别作 AC, BC 的垂直平分线, 它们的交点 O 就是 \widehat{AB} 所在圆的圆心;
 (4)以 O 为圆心, 以 OA 为半径作 $\odot O$, 如图所示.



鉴前启后

- (1)三角形的形状不确定, 即外心的位置就不确定, 本题只是考虑了点 O 在 $\triangle ABC$ 内部的情况.
 (2)当点 O 在 $\triangle ABC$ 的内部时, $\angle BOC=2\angle A=2\alpha$; 当点 O 在 BC 上时, $\angle A=90^\circ, \angle BOC=2\angle A=180^\circ$; 当点 O 在 $\triangle ABC$ 外部时, 由圆内接四边形的对角互补可得, $\angle BOC=2(180^\circ-\alpha)$.

2. 直线与圆的位置关系

自主学习·探新知

1. 相交 相切 相离 2 1 切点 切线
 2. (1) $>$ (2) $=$ (3) $<$

小标题快练

1. \times 2. \checkmark 3. \times 4. \times 5. \checkmark 6. \times

课堂达标·练基础

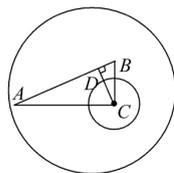
题组一

1. C 2. A 3. 相交
 4. $r=3$ $3 < r < 4$ $r=4$ 或 5 $r > 4$ 且 $r \neq 5$

题组二

1. D 2. 4

3. **解析** 作 $CD \perp AB$ 交 AB 于 D , 如图所示,



$$AB = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13,$$

$$\text{根据 } \frac{1}{2}CD \cdot AB = \frac{1}{2}AC \cdot BC,$$

$$\text{即 } 13 \cdot CD = 12 \times 5, \text{ 得 } CD = \frac{60}{13},$$

$$CA = 12.$$

$$\text{于是 } 0 < R < \frac{60}{13} \text{ 或 } R > 12.$$

鉴前启后

- (1) OA 不一定是点 O 到直线 l 的距离.
 (2) 根据垂线段最短, 则圆心 O 到直线的距离小于或等于 5cm , 当圆心 O 到直线的距离 $3\text{cm} < d \leq 5\text{cm}$ 时, 直线和圆相离; 当圆心 O 到直线的距离 $d=3\text{cm}$ 时, 直线和圆相切; 当圆心 O 到直线的距离 $d < 3\text{cm}$ 时, 直线和圆相交.

综上所述, 直线 l 与圆的位置关系是相离、相切、相交, 三种情况都有可能.

3. 切线

第 1 课时

自主学习·探新知

1. 外端 垂直于
 2. 垂直于经过切点的半径



┆ 1. 小题快练

1. × 2. √ 3. ×

课堂达标 · 练基础

题组一

1. B 2. 是

3. 解析 (1) $\angle A = \angle E$, $\angle DBC = \angle E$,

$$\therefore \angle DBC = \angle A,$$

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = 90^\circ,$$

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) $\therefore \angle BDC = \angle ABC = 90^\circ$, $\angle C$ 是 $\triangle CBD$ 与 $\triangle CAB$ 的公共角,

$$\therefore \triangle CBD \sim \triangle CAB, \therefore \frac{BC}{AC} = \frac{CD}{CB},$$

$$\text{即 } BC^2 = AC \cdot CD = 5 \times 2 = 10, BC = \sqrt{10}.$$

题组二

1. D 2. B 3. 50

4. 证明 (1) 连接 OD .

$\therefore DE$ 为切线,

$$\therefore \angle EDC + \angle ODC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECD + \angle OCD = 90^\circ.$$

又 $\therefore OD = OC$, $\therefore \angle ODC = \angle OCD$,

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD, \therefore ED = EC.$$

$\therefore AC$ 为直径, $\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BDE + \angle EDC = 90^\circ,$$

$$\angle B + \angle ECD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle BDE, \therefore ED = EB.$$

$\therefore EB = EC$, 即点 E 为边 BC 的中点.

(2) $\therefore AC$ 为直径,

$$\therefore \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ.$$

又 $\therefore \angle B = \angle B$,

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CBD,$$

$$\therefore \frac{AB}{CB} = \frac{BC}{BD},$$

$$\therefore BC^2 = BD \cdot BA.$$

(3) 当四边形 $ODEC$ 为正方形时,

$$\angle OCD = 45^\circ.$$

$\therefore AC$ 为直径, $\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

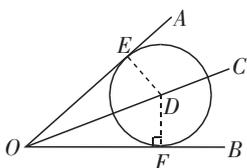
$$\therefore \angle CAD = 90^\circ - \angle OCD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形.

┆ 1. 鉴前启后

(1) 证明 OB 为 $\odot D$ 的切线, 尚不知道 OB 与 $\odot D$ 是否有公共点, 所以不能“连半径, 判垂直”, 而应该“作垂直, 判半径”.

(2) 过点 D 作 $DF \perp OB$ 于 F , 连接 DE ,



$\therefore \odot D$ 与 OA 相切于 E , $\therefore DE \perp OA$, $\therefore D$ 是 $\angle AOB$ 的角平分线 OC 上一点, $DF \perp OB$, $\therefore DF = DE$, 即圆心 D 到直线 OB 的距离等于 $\odot D$ 的半径 DE , $\therefore OB$ 与 $\odot D$ 相切.

第 2 课时

自主学习 · 探新知

1. 某一点 切点
2. 相等 平分
3. 相切 内切
4. 内切圆 三条角平分线 三边

┆ 1. 小题快练

1. × 2. × 3. √ 4. × 5. √

课堂达标 · 练基础

题组一

1. B 2. D 3. $6\sqrt{3}$

4. 解析 (1) $\therefore PA$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle BAP = 90^\circ - \angle 1 = 70^\circ.$$

又 $\therefore PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore PA = PB,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle ABP = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 180^\circ - 70^\circ \times 2 = 40^\circ.$$

(2) 当 $\angle 1 = 30^\circ$ 时, $OP = OD$.

理由如下: 当 $\angle 1 = 30^\circ$ 时, 由 (1) 知 $\angle BAP = \angle ABP = 60^\circ$,

$$\therefore \angle APB = 180^\circ - 60^\circ \times 2 = 60^\circ.$$

$\therefore PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle OPB = \frac{1}{2} \angle APB = 30^\circ.$$

$$\text{又 } \therefore \angle D = \angle ABP - \angle 1 = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OPB = \angle D, \therefore OP = OD.$$

题组二

1. B 2. B 3. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. 解析 如图所示:

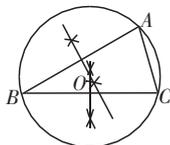


图 1

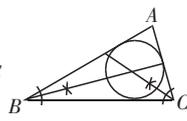
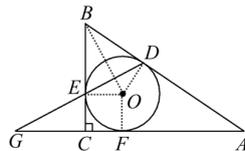


图 2

5. 解析 (1) 连接 OD, OB, EO, FO ,



$\therefore \odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的内切圆, 切点分别为 D, E, F , $\therefore DO \perp AB, OF \perp AC, OE \perp BC, EO = FO$,

$$\therefore \triangle BOD \cong \triangle BOE, \therefore BD = BE,$$

\therefore 四边形 $EOFC$ 是正方形,

$$\therefore EO = FO = EC = FC, \therefore DO = EC.$$

$$\therefore BD = BE,$$

$$\therefore \angle BED = \angle BDE.$$

$$\therefore \angle BDE + \angle ODE = 90^\circ,$$

$$\angle ODE + \angle DOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle DOB,$$

$$\therefore \angle GEC = \angle BOD.$$

在 $\triangle BOD$ 和 $\triangle GEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle GEC = \angle BOD, \\ EC = OD, \\ \angle GCE = \angle BDO, \end{cases}$$



$\therefore \triangle BOD \cong \triangle GEC (ASA),$

$\therefore BD=GC.$

(2)由(1)可得出: $CE=CF=1, GC=BD=BE=2, \therefore BC=3.$ 设 $AD=AF=x,$

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $BC^2+AC^2=AB^2$

则 $3^2+(x+1)^2=(x+2)^2,$ 解得: $x=3.$

故 AD 的长为 3.

【鉴前启后】

(1) I 是内心, 不是外心, 要理解内心和外心的区别.

(2) $\because \angle A=45^\circ, \therefore \angle ABC+\angle ACB=180^\circ-45^\circ=135^\circ. \therefore I$ 是 $\triangle ABC$ 的内心,

$\therefore \angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC,$

$\angle ICB=\frac{1}{2}\angle ACB, \therefore \angle IBC+\angle ICB=$

$\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=67.5^\circ,$

$\therefore \angle BIC=180^\circ-67.5^\circ=112.5^\circ.$

答案 112.5

27.3 圆中的计算问题

第1课时

【自主学习·探新知】

1. $\frac{n\pi r}{180}$ 2. 两条半径 所对的弧

3. (1) $\frac{n\pi r^2}{360}$ (2) $\frac{1}{2}lr$

【小题快练】

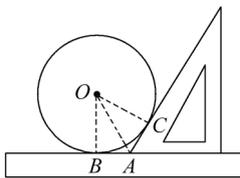
1. \times 2. \checkmark

【课堂达标·练基础】

题组一

1. C 2. D 3. A

4. **解析** 如图, 连接 $OB, OA, OC,$ 则 $\angle BAC=180^\circ-60^\circ=120^\circ, \angle OBA=\angle OCA=90^\circ.$



$\therefore OB=OC$

$\therefore AB=AC, \therefore \triangle OBA \cong \triangle OCA,$

$\therefore \angle BAO=\frac{1}{2}\angle BAC=60^\circ.$

$OB=AB \cdot \tan 60^\circ=5\sqrt{3} \text{ cm}.$

由以上可得 $\angle BOA=\angle COA=30^\circ,$

$\therefore \angle BOC=60^\circ,$

$\therefore \widehat{BC}=\frac{60\pi \times 5\sqrt{3}}{180}=\frac{5}{3}\sqrt{3}\pi(\text{cm}).$

所以圆的半径和 \widehat{BC} 的弧长分别为:

$5\sqrt{3} \text{ cm}, \frac{5}{3}\sqrt{3}\pi \text{ cm}.$

题组二

1. C 2. A 3. $\frac{25}{4}\pi$ 4. $2-\frac{\pi}{2}$

【鉴前启后】

(1) 没有证明 $\triangle ACD$ 的面积等于 $\triangle OCD$ 的面积.

(2) 易知 $\triangle OCD$ 和 $\triangle AOC$ 都为等边三角形, 得 $CD \parallel AO,$

$\therefore \triangle ACD$ 的面积等于 $\triangle OCD$ 的面

积. $S_{\text{阴影}}=S_{\text{扇形}COB}=\frac{60\pi R^2}{360}=\frac{60\pi \times 2^2}{360}$
 $=\frac{2}{3}\pi.$

第2课时

【自主学习·探新知】

1. (1)底面 侧面 (2)顶点

(3)底面圆心

2. (1)周长 母线长 乘积的一半

πrl (2) $\pi rl+\pi r^2$

【小题快练】

1. \checkmark 2. \checkmark 3. \times 4. \times

【课堂达标·练基础】

题组一

1. B 2. D 3. B 4. $R=4r$

5. **解析** 设扇形的圆心角为 $n^\circ,$ 由弧长公式得 $\frac{n\pi \times 15}{180}=16\pi,$ 解得 $n=192,$ 即圆心角为 $192^\circ.$

题组二

1. B 2. A 3. $1000\pi \text{ cm}^2$

4. **解析** (1) $\frac{120\pi R^2}{360}=300\pi, \therefore R=30,$

$\therefore l=\frac{120\pi \times 30}{180}=20\pi.$

(2) $2\pi r=l,$ 则 $r=10, \therefore S_{\text{底}}=\pi r^2=100\pi,$

$\therefore S_{\text{全}}=S_{\text{侧}}+S_{\text{底}}=400\pi.$

【鉴前启后】

(1) 混淆了圆锥侧面展开图中的半径与圆锥底面的半径.

(2) 设圆锥的母线长为 $l,$ 圆锥的

底面半径为 $r, \pi r^2=15, r=\sqrt{\frac{15}{\pi}},$

$2\pi \sqrt{\frac{15}{\pi}}=\frac{180\pi l}{180},$

$\therefore l=2\sqrt{\frac{15}{\pi}}, \therefore$ 圆锥的侧面积为 $S=$

$\pi rl=\pi \times \sqrt{\frac{15}{\pi}} \times 2\sqrt{\frac{15}{\pi}}=30(\text{cm}^2).$

27.4 正多边形和圆

【自主学习·探新知】

1. 外接圆 内切圆

2. (1)外接圆(或内切圆)的圆心

(2)外接圆 (3)内切圆

(4)圆心角

3. 正 n 边形

【小题快练】

1. \checkmark 2. \times 3. \checkmark 4. \checkmark 5. \times

【课堂达标·练基础】

题组一

1. D 2. D 3. C 4. 67.5

5. **解析** (1) 连接 $OC, OD,$ 过点 O 作 $OH \perp CD$ 于 $H,$

则 $\angle OHC=\angle OHD=90^\circ,$

\therefore 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形,

$\therefore \angle COD=60^\circ,$

$\therefore \angle COH=30^\circ,$

$\triangle COD$ 为等边三角形,

$\therefore \frac{OH}{OC}=\cos \angle COH=\cos 30^\circ,$



$CD=OC=4$,

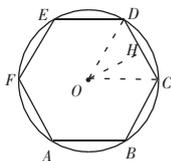
\therefore 圆心 O 到 CD 的距离

$$OH=4 \times \cos 30^\circ = 2\sqrt{3},$$

即正六边形的边心距为 $2\sqrt{3}$;

(2) 正六边形 $ABCDEF$ 的面积 =

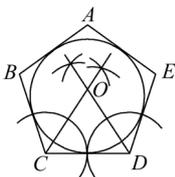
$$6S_{\triangle COF} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times 6 = 24\sqrt{3}$$



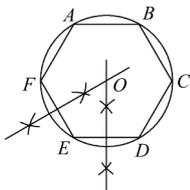
题组二

1. B

2. 解析 如图 $\odot O$ 即为正五边形 $ABCDE$ 的内切圆.



3. 解析 如图 $\odot O$ 即为正六边形 $ABCDEF$ 的外接圆.



4. 解析 (1) 作法:

① 作直径 AC ;

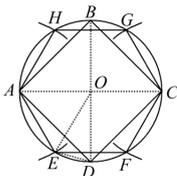
② 作直径 BD , 使 $BD \perp AC$;

③ 依次连接 A, B, C, D 四点,

四边形 $ABCD$ 即为 $\odot O$ 的内接正方形;

④ 分别以 A, C 为圆心, OA 长为半径作弧, 交 $\odot O$ 于 E, H, F, G ;

⑤ 顺次连接 A, E, F, C, G, H 各点. 六边形 $AEFCHG$ 即为 $\odot O$ 的内接正六边形.



(2) 连接 OE, DE .

$$\therefore \angle AOD = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ, \angle AOE =$$

$$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle AOD - \angle AOE = 30^\circ.$$

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的内接正十二边形的一边.

鉴前毖后

(1) 忽略了一条弦对着两个圆周角.

(2) 另一个圆周角为: $180^\circ - 18^\circ = 162^\circ$.

答案 18° 或 162°

章末复习课

知识架构·建体系

① 垂直于弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧

② 同圆或等圆中, 圆心角相等, 它所对的弧相等, 所对的弦相等

③ 同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于该弧所对圆心角的一半; 相等的圆周角所对的弧相等

④ 点在圆上、点在圆外、点在圆内

⑤ 相离、相切和相交

⑥ 经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线

⑦ 圆的切线垂直于经过切点的半径

⑧ 过圆外一点所画的圆的两条切线, 它们的切线长相等, 这一点和圆心的连线平分这两条切线的夹角

⑨ $l = \frac{n\pi r}{180}$ (n 是圆心角的度数, r 是半径)

⑩ $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi r^2}{360}$ (n 是圆心角的度数, r 是半径)

⑪ $S_{\text{侧}} = \pi r a$ (r 是圆锥底面圆的半径, a 是圆锥的母线长)

⑫ $S_{\text{全}} = S_{\text{侧}} + S_{\text{底}} = \pi r a + \pi r^2$ (r 是圆锥

底面圆的半径, a 是圆锥的母线长)

⑬ 把圆分成 n ($n > 2$) 等份, 依次连接各分点所得的多边形是这个圆的一个内接正 n 边形.

考点突破·明方法

考点一

对点训练

1. C 2. C 3. 3 4. $7\sqrt{2}$

考点二

对点训练

1. A 2. B 3. $\frac{3}{4}$

4. 解析 当点 P 与点 O 重合时, $\angle PAB = \angle OAB = 60^\circ$; 当点 P 与点 D 重合时, 连接 OA , 则 $\angle OAB = 60^\circ$.

$\therefore OA = OD, \therefore \angle ODA = \angle OAD = 15^\circ,$
 $\angle PAB = \angle DAB = 75^\circ$, 当点 P 在线段 OD 上移动时, $60^\circ \leq \angle PAB \leq 75^\circ$.

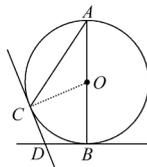
答案 70° (答案不唯一)

考点三

对点训练

1. B

2. 解析 连接 OC ,



$\therefore BD, CD$ 分别是过 $\odot O$ 上点 B, C 的切线,

$$\therefore OC \perp CD, OB \perp BD,$$

$$\therefore \angle OCD = \angle OBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = 110^\circ,$$

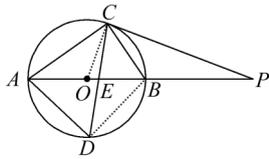
$$\therefore \angle BOC = 360^\circ - \angle OCD - \angle BDC - \angle OBD = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = 35^\circ.$$

答案 35°



3. **解析** (1) 连接 BD , 因为 AB 是直径, 所以 $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$.



$$\text{在 Rt } \triangle ABC \text{ 中, } AC = \sqrt{AB^2 - CB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

因为 CD 平分 $\angle ACB$, 所以 $\widehat{AD} = \widehat{BD}$, 所以 $AD = BD$, 在 $\text{Rt } \triangle ABD$ 中, $AD^2 + BD^2 = AB^2$,

$$\text{所以 } AD = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 10 = 5\sqrt{2}.$$

所以 $AC = 8 \text{ cm}$, $AD = 5\sqrt{2} \text{ cm}$.

(2) 直线 PC 与 $\odot O$ 相切.

理由: 连接 OC , $\because OC = OA$, $\therefore \angle CAO = \angle OCA$. $\because PC = PE$, $\therefore \angle PCE = \angle PEC$, $\therefore \angle PEC = \angle CAE + \angle ACE$, $\therefore \angle PCB + \angle ECB = \angle CAE + \angle ACE$. $\because CD$ 平分 $\angle ACB$, $\therefore \angle ACE = \angle ECB$, $\therefore \angle PCB = \angle CAE$, $\therefore \angle PCB = \angle ACO$, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle OCP = \angle OCB + \angle PCB =$

$$\angle ACO + \angle OCB = \angle ACB = 90^\circ,$$

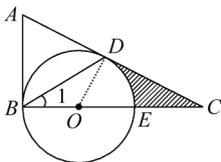
$\therefore OC \perp PC$, \therefore 直线 PC 与 $\odot O$ 相切.

考点四

1. 对点训练

1. D 2. 16π 3. 4

4. **解析** (1) 方法一: 连接 OD ,



在 $\odot O$ 中, $\because OB = OD$, $\therefore \angle 1 = \angle ODB$,

$$\therefore \angle DOC = 2\angle 1,$$

$$\text{又 } \because \angle A = 2\angle 1,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle A. \therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOC + \angle C = \angle A + \angle C = 90^\circ,$$

$\therefore \angle ODC = 90^\circ$, 点 D 在圆上, OD 是半径, $OD \perp AC$,

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线.

方法二: 连接 OD , 在 $\odot O$ 中, $\angle DOC = 2\angle 1$, 又 $\because \angle A = 2\angle 1$,

$$\therefore \angle DOC = \angle A,$$

在 $\triangle CDO$ 和 $\triangle CBA$ 中,

$$\begin{cases} \angle DOC = \angle A, \\ \angle C = \angle C, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDO \sim \triangle CBA,$$

$\therefore \angle CDO = \angle CBA = 90^\circ$, 点 D 在圆上, OD 是半径, $OD \perp AC$,

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线.

$$(2) \because \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle A = 60^\circ,$$

$\therefore OD = 2$, \therefore 在 $\text{Rt } \triangle ODC$ 中,

$$\tan 60^\circ = \frac{CD}{OD}, \therefore CD = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ODC} = \frac{1}{2} OD \cdot CD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} =$$

$$2\sqrt{3}, S_{\text{扇形}ODE} = \frac{60\pi \cdot 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ODC} - S_{\text{扇形}ODE} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi.$$

单元评价检测(二)

1. A 2. A 3. A 4. D 5. B

6. D 7. B 8. $\frac{3}{5}$ 9. 65° 10. 50°

11. 200 12. $2\sqrt{2}$

13. **解析** $\because OC$ 为小圆的直径,

$$\therefore \angle OFC = 90^\circ, \therefore CF = DF.$$

$$\because OE \perp AB, \therefore \angle OEF = 90^\circ = \angle OFC.$$

$$\text{又 } \because \angle FOE = \angle COF,$$

$$\therefore \triangle OEF \sim \triangle OFC, \text{ 则 } \frac{OE}{OF} = \frac{OF}{OC},$$

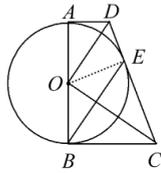
$$\therefore OC = \frac{OF^2}{OE} = \frac{6^2}{4} = 9.$$

$$\text{又 } \because CF = \sqrt{OC^2 - OF^2} = \sqrt{9^2 - 6^2}$$

$$= 3\sqrt{5},$$

$$\therefore CD = 2CF = 6\sqrt{5}.$$

14. (1) 如图, 连接 OE ,



$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore OE \perp CD$.

在 $\text{Rt } \triangle OAD$ 和 $\text{Rt } \triangle OED$ 中,

$$OA = OE, OD = OD,$$

$$\therefore \text{Rt } \triangle OAD \cong \text{Rt } \triangle OED,$$

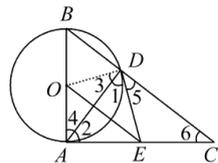
$$\therefore \angle AOD = \angle EOD = \frac{1}{2} \angle AOE.$$

在 $\odot O$ 中, $\angle ABE = \frac{1}{2} \angle AOE$,

$$\therefore \angle AOD = \angle ABE, \therefore OD \parallel BE.$$

(2) CD 的长为 10.

15. **解析** (1) 连接 OD .



$$\therefore OD = OA, EA = ED,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4, \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4,$$

即 $\angle ODE = \angle OAE$.

$$\therefore AB \perp AC, \angle OAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODE = 90^\circ,$$

$\therefore ED$ 是 $\odot O$ 的切线.

$$(2) \because OA = 3, AE = 4, \therefore OE = 5.$$

又 $\because AB$ 是直径, $\therefore AD \perp BC$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 5 = 90^\circ, \angle 2 + \angle 6 = 90^\circ.$$

$$\text{又 } \because \angle 1 = \angle 2, \therefore \angle 5 = \angle 6,$$

$$\therefore DE = EC, \therefore EC = AE,$$

$\therefore E$ 是 AC 的中点. 又 $\because O$ 为 AB 的

中点, $\therefore OE = \frac{1}{2} BC$, $\therefore BC = 10$.

16. **解析** (1) \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = BC = AD = 2, \angle ABC = 90^\circ.$$

$\therefore \triangle BEC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 得



到 $\triangle ABF$, $\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBE$,
 $\therefore \angle FAB = \angle ECB, \angle ABF = \angle CBE = 90^\circ, AF = EC, \therefore \angle AFB + \angle FAB = 90^\circ$.

\therefore 线段 AF 绕点 F 顺时针旋转 90° , 得线段 FG ,

$\therefore \angle AFB + \angle CFG = \angle AFG = 90^\circ, AF = FG, \therefore \angle CFG = \angle FAB = \angle ECB, \therefore EC \parallel FG$.

$\therefore AF = EC, AF = FG, \therefore EC = FG, \therefore$ 四边形 $EFGC$ 是平行四边形,
 $\therefore EF \parallel CG$.

(2) $\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBE$.

$\therefore FB = BE = \frac{1}{2}AB = 1,$

$\therefore AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{5}.$

在 $\triangle FEC$ 和 $\triangle CGF$ 中,

$\therefore EC = FG, \angle ECF = \angle GFC, FC = CF,$

$\therefore \triangle FEC \cong \triangle CGF, \therefore S_{\triangle FEC} = S_{\triangle CGF},$

$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}BAC} + S_{\triangle ABF} + S_{\triangle FEC} - S_{\text{扇形}FAG},$

$= \frac{90\pi \cdot 2^2}{360} + \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times (1+2)$

$\times \frac{90\pi \cdot (\sqrt{5})^2}{360} = \frac{5}{2} - \frac{\pi}{4}$

(或 $\frac{10-\pi}{4}$).

第28章 样本与总体

28.1 抽样调查的意义

1. 普查和抽样调查

自主学习·探新知

- (1) 全面调查 (2) 部分
- (1) 全体 (2) 考察对象
(3) 一部分个体 (4) 数量
- (1) 总体 (2) 样本

小题快练

1. \checkmark 2. \times 3. \times 4. \checkmark 5. \checkmark

课堂达标·练基础

题组一

1. D 2. A

3. **解析** 了解市场上某品牌婴幼儿奶粉的质量安全情况, 调查过程带有

破坏性, 只能采取抽样调查.

答案 抽样调查

4. **解析** ①②符合普查和抽样调查的定义, 所以正确; ③调查省会城市的污染情况不能代表一个省的环境污染情况, 一个省还包括农村, 所以不对; ④环保网站对“支持商店使用环保购物袋”进行在线调查. 由于不上此环保网站的人多, 所以此种调查结果不具有普遍代表性, 所以④正确.

答案 ①②④

题组二

1. C 2. D

3. **解析** 总体是指所要考察对象的全体, 即800名九年级学生的体重; 而样本只是从总体中所抽取的一部分个体, 即抽取的60名学生的体重.

答案 800名九年级学生的体重抽取的60名学生的体重

4. **解析** 所有考察对象的全体就是总体, 而组成总体的每一个考察对象称为个体, 研究中实际观测或调查的一部分个体称为样本, 样本中个体的个数就是样本容量. 依据定义即可得总体是全市九年级学生在学习水平测试中的数学成绩; 样本是18个乡镇中18个考场的学生的数学成绩; 样本容量是540.

答案 全市九年级学生学习水平测试中的数学成绩 18个乡镇中18个考场的学生的数学成绩 540

鉴前启后

(1) 这个学校的学生是考察实体, 学生的立定跳远成绩是考察对象, 两者不能混淆.

(2) 总体: 全校学生立定跳远的成绩; 个体: 每名学生立定跳远的成绩; 样本: 50名学生立定跳远的成绩.

2. 这样选择样本合适吗

自主学习·探新知

- (1) 小 (2) 普查
- (1) 代表性、普遍性 (2) 足够大

小题快练

1. \checkmark 2. \times 3. \checkmark 4. \times 5. \times

课堂达标·练基础

题组

1. D 2. C

3. 样本选取不合理 4. ③

5. **解析** (1) 不合适. 因为网上调查只是一部分, 不具有普遍性和代表性.

(2) 不合适. 因为敬老院里的老年人的寿命情况是所有老年人的寿命情况中的一部分, 还有非敬老院中的老年人也应调查.

(3) 合适. 因为抽样是随机的, 样本具有代表性.

鉴前启后

只在某城市抽取三个商场进行调查, 调查对象不具有代表性.

28.2 用样本估计总体

自主学习·探新知

- (1) 代表性 个体 (2) 预测结果
- (1) 随机 (2) 样本容量
- 样本 总体

小题快练

1. \checkmark 2. \times 3. \checkmark

课堂达标·练基础

题组一

1. B

2. **解析** C方案. 理由: A方案所选取的样本太特殊, 不具有代表性; B方案所选取的样本与考察对象无关; C方案抽取的样本比A方案、B方案更具有代表性和普遍性.

3. **解析** (1) 将六个年级依次编号为1, 2, 3, 4, 5, 6, 再在这6个数中随机地产生2个不同的数, 相应编号的两个年级即构成样本.



(2)将六年级的五个班依次编号为1,2,3,4,5,再在这5个数中随机地产生2个数,相应编号的两个班即构成样本.

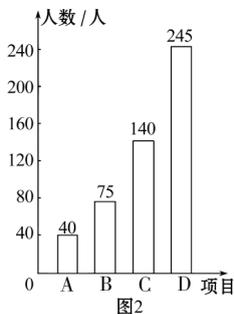
(3)将全校2 000名学生依次编号为1,2,3,⋯,2 000,再在这2 000个数中随机地产生60个不同的数,相应编号的学生即构成样本.

(4)将全校一、二、三年级共15个班级依次编号为1,2,⋯,15,在这15个数中随机地产生2个不同的数,再将相应编号的两个班级的所有学生依次编号,假如这两个班级共 m 名学生,那么就在1,2,⋯, m ,这 m 个数中随机地产生60个不同的数,相应编号的学生即构成样本.

题组二

1. C 2. 2 040

3. **解析** (1): $140 \div 28\% = 500$ (人),
∴这次被调查的学生共有500人.
(2) $500 - 75 - 140 - 245 = 40$ (人), 补全统计图2如下:



(3)B项目对应的扇形的圆心角是 $\frac{75}{500} \times 360^\circ = 54^\circ$.

(4)该校喜欢健美操的学生人数是 $\frac{245}{500} \times 3\ 600 = 1\ 764$ (人).

鉴前启后

(1)13位乘客的平均体重应该是

13位乘客的总重量除以总人数.

(2)由题意知13位乘客的总体重为:
 $80 \times 11 + 70 \times 2 = 1\ 020$ (kg). 由于 $1020 > 1000$, 所以他们不能一起搭乘这架电梯.

28.3 借助调查做决策

自主学习·探新知

- (1)普查 抽样调查 (2)实验
- (1)①0 ②宽 (2)①百分比 (3)①单位长度 ②同一单位长度 (4)立体统计图

小标题快练

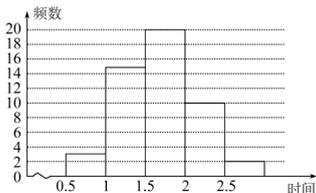
1. \checkmark 2. \checkmark 3. \checkmark 4. \times 5. \checkmark

课堂达标·练基础

题组一

1. D 2. A 3. C 4. 丙

5. **解析** (1)C 补全频数分布直方图如下:



(2)小明的判断符合实际.

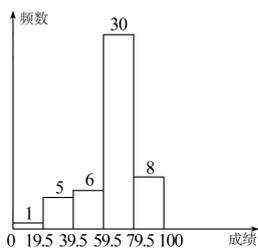
理由: 这次活动中做家务的时间的中位数所在的范围是 $1.5 \leq x < 2$, 小明这一周做家务2小时, 所在的范围是 $2 \leq x < 2.5$. 所以小明的判断符合实际.

题组二

1. A 2. 2

3. **解析** (1)根据频数分布表中每一组内的频数总和等于总数据个数, 且知总人数为50人, 故 $b = 50 - 1 - 5 - 6 - 30 = 8$, 根据频数与频率的关系可得: $a = \frac{5}{50} = 0.1$.

(2)补全频数分布直方图.如图:



(3)小明本次竞赛的成绩为90分, 80分以上的共8人, 选3人参加下一轮竞赛, 小明被选上的概率是 $3 \div 8 = \frac{3}{8}$.

(4)(答案不唯一)如: 在19.5~39.5之间的人数比在39.5~59.5之间的人数少多少人?

$6 - 5 = 1$ (人).

答: 在19.5~39.5之间的人数比在39.5~59.5之间的人数少1人.

鉴前启后

不同的单位长度画出的折线统计图形状不同, 给人的直观印象不一样.

章末复习课

知识架构·建体系

- ①普查是对所有对象进行调查
- ②抽样调查是对部分对象进行调查
- ③总体是所要考察对象的全体
- ④个体是组成总体的每一个对象
- ⑤样本是总体中的一部分个体
- ⑥样本容量是样本包含的个体数量
- ⑦用抽签的方法决定个体进入样本的抽样方式
- ⑧样本具有代表性和随机性
- ⑨样本估计总体就是用样本的数据特征去预测总体的相应特征

考点突破·明方法

考点一

对点训练

1. C 2. A 3. D 4. 抽样调查

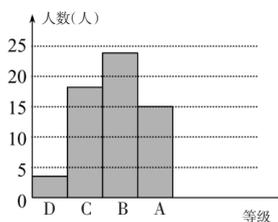


考点二

▶对点训练▶

1. **解析** (1) 调查的总人数是: $15 \div 25\% = 60$ (人), 则B类的人数是: $60 \times 40\% = 24$ (人). 补全条形统计图如下:

某校学生文综等级条形统计图



(2) C等所对应的扇形统计图的圆心角的度数是: $360^\circ \times (1 - 25\% - 40\% - 5\%) = 108^\circ$.

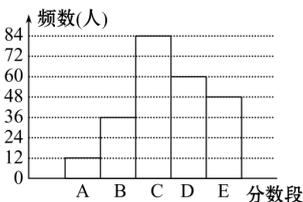
(3) 该班学生共有60人.

(4) $400 \times (25\% + 40\%) = 260$ (人).

2. **解析** (1) $\because a = 1 - 0.05 - 0.35 - 0.25 - 0.20 = 0.15$, $48 \div 0.2 = 240$, $\therefore b = 240 \times 0.25 = 60$.

补全统计图如下:

体育成绩统计图



(2) 错误.

(3) $48\ 000 \times (0.25 + 0.20) = 21\ 600$ (人).

3. **解析** (1) 由于 $\frac{6+20}{50} \times 100\% = 52\%$, 所以估计该小区5月份用水量不高于12t的户数占小区总户数的百分比约为52%.
(2) 因为 $300 \div 50 \times (3 \times 6 + 9 \times 20 + 15 \times 12 + 21 \times 7 + 27 \times 5) = 6 \times (18 + 180 + 180 + 147 + 135) = 6 \times 660 = 3\ 960$ (t). 所以估计该小区5月份的用水量

约为3 960 t.

考点三

▶对点训练▶

1. D 2. C 3. 变小

4. **解析** (1) ①月用电量最小的是5月, 用电量最大的是第三季度.

②5月至6月用电量的月增长率 $\frac{132-80}{80} \times 100\% = 65\%$.

(2) 设5月至6月用电量月增长率为 $1.5x$, 则6月至7月用电量月增长率为 x .

由题意得 $120(1+1.5x)(1+x) = 240$, 化简, 得 $3x^2 + 5x - 2 = 0$,

解之得 $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = -2$ (不合题意, 舍去).

所以 $120(1+1.5x) = 180$ (千瓦时).

因此, 预计小芳家2024年6月份的用电量是180千瓦时.

单元评价检测(三)

1. C 2. C 3. C 4. D 5. B

6. B 7. C 8. 合适 9. 60 13

10. 10 000

11. 所取样本不具有代表性

12. 1 680

13. **解析** (1) 中位数是11.2cm, 众数是11.4cm.

(2) 从样本数据的中位数是11.2cm, 可以估计在这次坐位体前屈的成绩测试中, 全市大约有一半学生的成绩大于11.2cm, 有一半学生的成绩小于11.2cm, 这位学生的成绩是11.3cm, 大于中位数11.2cm, 可以推测他的成绩比一半以上学生的成绩好.

(3) 如果全市有一半左右的学生评定为“优秀”等级, 标准成绩应定为11.2cm(中位数). 因为从样本情况看, 成绩在11.2cm以上(含11.2cm)的学生占总人数的一半

以上, 可以估计, 如果标准成绩定为11.2cm, 全市将有一半左右的学生能够评定为“优秀”等级.

14. **解析** (1) $a = 0.3$, $b = 6$ (2) 144°

(3) 该校学生中类别为C的人数约为240名.

15. (1) $a = 0.05$, $b = 14$, $c = 0.35$.

(2) 略

(3) 估计该公司员工“六五”普法知识知晓程度达到优秀的人数为1 350人.

16. (1) 乙将被录用.

(2) 甲将被录用.

(3) 甲一定被录用, 而乙不一定被录用. 理由如下: 由直方图可知, 成绩最高一组分数段 $85 \leq x < 90$ 中有7人, 公司招聘8人, 又 $\bar{x}_甲 = 85.5$ 分, 显然甲在该组, 所以甲一定被录用; 在 $80 \leq x < 85$ 这一组内有10人, 仅有1人能被录用, 而 $\bar{x}_乙 = 84.8$ 分, 在这一组内不一定是最高分, 所以乙不一定被录用. 由直方图知, 应聘人数共有50人, 录用人数为8人, 所以本次招聘员工的录用率为:

$$\frac{8}{50} \times 100\% = 16\%$$

期末综合检测

1. B 2. B 3. C 4. C 5. B 6. A

7. D 8. D 9. C 10. B 11. $x = -1$

12. 40° 13. 50° 14. $y = -x^2 + 4x - 3$

15. $\pi - 2$ 16. 75% 17. $\frac{1}{2}$ 18. 3

19. **解析** (1) 根据题意得:

$$\begin{cases} 3 \times 1 + 6a + 7 \times 1 + 8 \times 1 + 9 \times 1 + 10b = 6.7 \times 10, \\ 1 + a + 1 + 1 + 1 + b = 10. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = 5, \\ b = 1. \end{cases}$$

(2) $m = 6$, $n = 20\%$.

(3) ①八年级代表队平均分高于七年级代表队; ②八年级代表队的成绩比七年级代表队稳定; ③八



年级代表队的成绩集中在中上游,所以八年级代表队成绩好.(注:任意说两条即可)

20. 解析 (1): 抛物线 $y=a(x-3)^2+2$ 经过点 $(1,-2)$,

$$\therefore a(1-3)^2+2=-2, \therefore a=-1.$$

(2) 由(1)得 $a=-1 < 0$, 抛物线的开口向下, \therefore 在对称轴 $x=3$ 的左侧, y 随 x 的增大而增大.

$$\therefore m < n < 3, \therefore y_1 < y_2.$$

21. 解析 (1) 连接 OC , \therefore 在 $\triangle ABO$ 中, $OA=OB$, C 是边 AB 的中点, $\therefore OC \perp AB$. \therefore 以 O 为圆心的圆过点 C , $\therefore AB$ 与 $\odot O$ 相切.

$$(2) \because OA=OB, \angle AOB=120^\circ,$$

$$\therefore \angle A=\angle B=30^\circ.$$

$$\therefore AB=4\sqrt{3}, C \text{ 是边 } AB \text{ 的中点,}$$

$$\therefore AC=\frac{1}{2}AB=2\sqrt{3},$$

$$\therefore OC=AC \cdot \tan A=2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}=2,$$

$$\therefore \odot O \text{ 的面积为: } \pi \times 2^2=4\pi.$$

22. (1) 略 (2) $EF=\sqrt{3}R$

23. 解析 (1): \therefore 点 A 在函数 $y=\frac{5}{x}$ 的图

象上, $\therefore m=\frac{5}{-1}=-5$, \therefore 点 A 坐标为

$(-1,-5)$.

\therefore 点 A 在二次函数 $y=-x^2+2x+c$ 的图

象上, $\therefore -1-2+c=-5, c=-2$.

$$(2) \because \text{二次函数的关系式为 } y=-x^2+2x-2, \therefore y=-x^2+2x-2=-(x-1)^2-1,$$

\therefore 对称轴为直线 $x=1$, 顶点坐标为 $(1,-1)$.

24. 解析 连接 OE, OD , $\therefore \odot O$ 切 BC, AC 于点 D, E . $\therefore OD \perp BC, OE \perp AC$.

$\therefore \angle C=90^\circ, \therefore$ 四边形 $OECD$ 为矩形, $\therefore \angle EOD=90^\circ, OE=OD$.

设 $\odot O$ 的半径为 r , 即 $OE=OD=r$,

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ, \angle DOB + \angle B = 90^\circ, \therefore \angle A = \angle DOB.$$

$$\text{又} \because \angle AEO = \angle ODB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AEO \sim \triangle ODB,$$

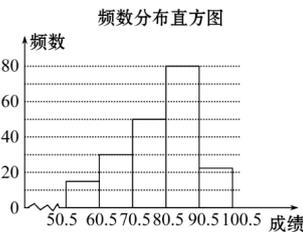
$$\therefore \frac{OE}{BD} = \frac{AO}{OB}, \frac{r}{\sqrt{400-r^2}} = \frac{35-20}{20},$$

$$\therefore r=12,$$

$$\therefore \widehat{DE} \text{ 的长度} = \frac{90\pi \times 12}{180} = 6\pi.$$

25. 解析 (1) 样本容量是: $16 \div 0.08 = 200$. 样本中成绩的中位数落在第四组, $m=200 \times 0.40=80, n=\frac{24}{200}=0.12$.

(2) 补全频数分布直方图, 如下:



$$(3) 1\ 000 \times (0.4+0.12)=520(\text{人}).$$

答: 该校八年级学生中汉字听写能力优秀的约有 520 人.

26. 解析 (1) 设当 $6 \leq x \leq 12$ 时, y_1 (元/件) 与销售月份 x (月) 之间的函数表达式为: $y_1=kx+b (k \neq 0)$,

$\therefore y_1=kx+b$ 过 $(6, 60), (12, 100)$,

$$\therefore \begin{cases} 6k+b=60, \\ 12k+b=100, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{20}{3}, \\ b=20. \end{cases}$$

\therefore 当 $6 \leq x \leq 12$ 时, 销售价格每件 y_1 元与销售月份 x (月) 之间的函数表达式为 $y_1=\frac{20}{3}x+20 (6 \leq x \leq 12 \text{ 且 } x \text{ 为整数})$.

$$(2) W=y_3(y_1-y_2)=(10x+20)\left(\frac{20}{3}x+20-\frac{14}{3}x\right)=20x^2+240x+400=20(x+6)^2-320,$$

$$20-\frac{14}{3}x=20x^2+240x+400=20(x+6)^2-320,$$

当 $6 \leq x \leq 12$ 时, W 随 x 的增大而增大, \therefore 当 $x=12$ 时, W 最大, 最大利润 $W=20(12+6)^2-320=6\ 160$ (元).

答: 略.