



参考答案

第一章 直角三角形的 边角关系

1 锐角三角函数(第1课时)

课堂精要

1. 对边 邻边 $\tan A$ 2. 比 坡比 3. 大

课堂精练

1. A 2. D 3. A 4. $200\sqrt{5}$ m

5. 解: 设 $AC=BC=x(x>0)$, 由勾股定理得 $AB=BD=\sqrt{2}x$, 则 $CD=(1+\sqrt{2})x$,

$$\therefore \tan \angle ADB = \frac{AC}{CD} = \frac{x}{(1+\sqrt{2})x} = \sqrt{2} - 1.$$

课堂延伸

6. (1) $\sqrt{3}$

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$, \therefore 可设 $BC=3k(k>0)$, 则 $AC=4k$,

$$\therefore \cot A = \frac{AC}{BC} = \frac{4k}{3k} = \frac{4}{3}.$$

(3) 证明: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 则 $\angle A + \angle B=90^\circ$, 即 $\angle B=90^\circ - \angle A$. $\therefore \tan A = \frac{BC}{AC}$,

$$\cot B = \frac{BC}{AC}, \therefore \tan A = \cot B, \text{ 即 } \tan A =$$

$$\cot(90^\circ - A).$$

中考链接

7. 解: (1) 略.

(2) $\because AD \perp BC, \therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中,

$$\therefore \tan \angle BAD = \frac{BD}{AD} = \frac{3}{4}, \therefore BD = \frac{3}{4} \times 4 = 3,$$

$$\therefore DC = BC - BD = 5 - 3 = 2.$$

2 锐角三角函数(第2课时)

课堂精要

1. (1) 对边 斜边 $\sin A$ $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}$

(2) 邻边 斜边 $\cos A$ $\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$

(3) 正弦 余弦 正切

2. 有 (1) 大 (2) 小 (3) 大 3. (1) $\cos A$
 $\sin A$

课堂精练

1. D 2. B 3. $\frac{\sqrt{11}}{6}$ 4. A 5. $\frac{3}{5}$

6. 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\sin B = \frac{4}{5} = \frac{AD}{BA}$.

设 $AD=4x(x>0)$, 则 $4x=12, x=3, \therefore BA=5x=15, BD=\sqrt{15^2-12^2}=9, \therefore DC=14-9=5$.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\because E$ 是斜边 AC 的中点,
 $\therefore DE = \frac{1}{2} AC = EC, \therefore \angle EDC = \angle C$,

$$\therefore \tan \angle EDC = \tan C = \frac{AD}{CD} = \frac{12}{5}.$$



课堂延伸

7. 解:(1) $\cos \alpha$ (2) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 或 $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

(3) $\because \cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{2}}{4}x, \therefore r = 2\sqrt{2}$.

又 $\because \alpha$ 是钝角, $\therefore x = -\sqrt{3}$,

$\therefore \tan \alpha = \frac{y}{x} = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{15}}{3}$.

中考链接

8. 解:过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E (图略), 在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $\because BC = 2\sqrt{2}, \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore CE = BC \cdot$

$\sin B = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2, \therefore BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} =$

$\sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2^2} = 2$. 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\because \tan A =$

$\frac{1}{2}, \therefore AE = \frac{CE}{\tan A} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4, \therefore AB = AE + BE =$

$4 + 2 = 6$. $\because CD$ 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的中线,

$\therefore BD = \frac{1}{2} AB = 3, \therefore DE = BD - BE = 1$.

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $\because CD = \sqrt{CE^2 + DE^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$,

$\therefore \cos \angle CDB = \frac{DE}{CD} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

\therefore 边 AB 的长为 $6, \cos \angle CDB = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

3 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的三角函数值

课堂精要

1. 角的大小 边长 构造 2. 确定 3. 略

课堂精练

1. C 2. D 3. C 4. B

5. 解:(1) 原式 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \times$
 $1 = \frac{1}{2} - 3 - 2 = -\frac{9}{2}$.

(2) 原式 $= 4 \times \frac{1}{2} - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{6} \times \sqrt{3} = 2 -$
 $1 + 3\sqrt{2} = 1 + 3\sqrt{2}$.

6. 解:过点 B 作 $BG \perp AD$ 于点 G (图略), 在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中, $\because \angle CBF = 30^\circ, \therefore CF = BC \cdot$

$\sin 30^\circ = 30 \times \frac{1}{2} = 15(\text{cm})$. 在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中,

$\because \angle BAG = 60^\circ, \therefore BG = AB \cdot \sin 60^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} =$

$20\sqrt{3}(\text{cm})$. $\therefore CE = CF + FD + DE = 15 +$
 $20\sqrt{3} + 2 = 17 + 20\sqrt{3} \approx 51.6(\text{cm})$.

\therefore 此时灯罩顶端 C 到桌面的高度 CE 约是 51.6 cm .

课堂延伸

7. 解: $\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ +$

$\cos 30^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} =$

$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$.

中考链接

8. 解:在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC = 2, \angle A = 30^\circ,$

$AC = \frac{BC}{\tan A} = 2\sqrt{3}$, 则 $EF = AC = 2\sqrt{3}$. $\because \angle E =$

$45^\circ, \therefore FC = EF \cdot \sin E = \sqrt{6}, \therefore AF = AC -$

$FC = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$.

4 三角函数的计算

课堂精要

1. 略 2. 略 3. $1''$ 4. (1) 视线 水平线

(2) 视线 水平线

课堂精练

1. A 2. (1) $14^{\circ}52'49''$ (2) $75^{\circ}2'12''$ (3) $73^{\circ}30'25''$

3. B

4. 解: 延长 CD 交 PB 于点 F (图略), 则 $DF \perp PB$.

$$\therefore DF = BD \cdot \sin 15^{\circ} = 50 \sin 15^{\circ} (\text{m}), CE = BF = BD \cdot \cos 15^{\circ} = 50 \cos 15^{\circ} (\text{m}).$$

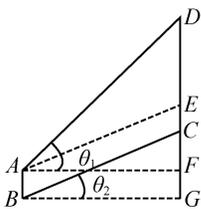
$$\therefore AE = CE \cdot \tan 10^{\circ} = 50 \cos 15^{\circ} \cdot \tan 10^{\circ} (\text{m}).$$

$$\therefore AB = AE + CD + DF = 50 \cos 15^{\circ} \cdot \tan 10^{\circ} + 1.5 + 50 \sin 15^{\circ} \approx 23.0 (\text{m}).$$

\therefore 树 AB 的高约为 23.0 m.

课堂延伸

5. 解: 如图, 过点 A 作 $AE \parallel BC$ 交 CD 于点 E , 则 $\angle EAF = \angle CBG = \theta_2$, 且 $EC = AB = 25$ cm.



在 $\text{Rt} \triangle ADF$ 中, $DF =$

(第 5 题)

$$AF \tan \theta_1,$$

在 $\text{Rt} \triangle EAF$ 中, $EF = AF \tan \theta_2$,

$$\therefore DE = DF - EF = AF (\tan \theta_1 - \tan \theta_2).$$

又 $\because AF = 140$ cm, $\theta_1 = 47.3^{\circ}$, $\theta_2 = 22.4^{\circ}$,

$$\therefore DE = 140 (\tan 47.3^{\circ} - \tan 22.4^{\circ}) \approx 94 (\text{cm}),$$

$$\therefore CD = DE + CE \approx 94 + 25 = 119 (\text{cm}).$$

\therefore 支架 CD 的高约为 119 cm.

中考链接

6. 解: (1) $AD = \sqrt{45^2 + 60^2} = 75 (\text{cm})$.

(2) 过点 E 作 $EF \perp AB$, 垂足为点 F (图略), 在 $\text{Rt} \triangle AEF$ 中, $AE = 45 + 20 = 65 (\text{cm})$,

$$\angle CAB = 75^{\circ}, \therefore \sin \angle CAB = \frac{EF}{AE}, \text{ 即 } EF =$$

$$AE \sin \angle CAB \approx 65 \times 0.966 \approx 63 (\text{cm}).$$

5 解直角三角形

课堂精要

1. 三条边 三个角 2. 解直角三角形 3. 一条边 第三个元素 4. 勾股定理

课堂精练

1. A 2. A 3. 30° 60° $5\sqrt{3}$ 4. 4 cm

5. 2 6. $\frac{1}{3}$

7. 解: (1) $\because DE \perp AB, \therefore \angle DEA = 90^{\circ}, \therefore \angle A + \angle ADE = 90^{\circ}. \because \angle ACB = 90^{\circ}, \therefore \angle A + \angle B = 90^{\circ}, \therefore \angle ADE = \angle B$. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中,

$$\because AC = 12, BC = 5, \therefore AB = 13, \therefore \cos B = \frac{BC}{AB} =$$

$$\frac{5}{13}. \therefore \cos \angle ADE = \cos B = \frac{5}{13}.$$

(2) 由 (1) 得 $\cos \angle ADE = \frac{DE}{AD} = \frac{5}{13}$, 设 AD 为

$x (x > 0)$, 则 $DE = DC = \frac{5}{13}x. \because AC = AD +$

$$DC = 12, \therefore x + \frac{5}{13}x = 12, \text{ 解得 } x = \frac{26}{3}, \therefore AD = \frac{26}{3}.$$

课堂延伸

8. 解: (1) $\frac{1}{3} \frac{4\sqrt{2}}{9}$

(2) 如题图②, 取 AB 的中点 E , 连接 EC , 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 则 $\angle ECB = 2\alpha. \because AC =$

$$\cos \alpha, BC = \sin \alpha, \therefore CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \sin \alpha \cdot$$

$\cos \alpha. \because \angle DCB = \angle A, \therefore$ 在 $\text{Rt} \triangle BCD$ 中,

$$BD = \sin^2 \alpha. \therefore ED = \frac{1}{2} - \sin^2 \alpha. \therefore \tan 2\alpha =$$

$$\frac{CD}{ED} = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\frac{1}{2} - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha}.$$



中考链接

9. 解: (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}. \text{ 又 } \because BC = 8,$$

$$\therefore AB = 10. \because D \text{ 是 } AB \text{ 的中点}, \therefore CD = \frac{1}{2}AB = 5.$$

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because AB = 10, BC = 8,$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 6.$$

$\because D$ 是 AB 的中点, $\therefore BD = 5, S_{\triangle BDC} = S_{\triangle ADC},$

$$\therefore S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}, \text{ 即 } \frac{1}{2} CD \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot$$

$$\frac{1}{2} AC \cdot BC, \therefore BE = \frac{6 \times 8}{2 \times 5} = \frac{24}{5}. \text{ 在 } \text{Rt}\triangle BDE$$

$$\text{中}, \cos \angle DBE = \frac{BE}{BD} = \frac{\frac{24}{5}}{5} = \frac{24}{25}, \text{ 即 } \cos \angle ABE$$

的值为 $\frac{24}{25}$.

6 三角函数的应用

课堂精要

1. 东西方向 南北方向 2. 东(西) 东(西)

课堂精练

1. D 2. C

3. B 4. $200(\sqrt{3} + 1)$ m

5. 解: (1) 设 CD 与 AB 之间的距离为 x m ($x > 0$), 则在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中,

$$BF = \frac{CF}{\tan 37^\circ} \approx \frac{4}{3}x, AE = \frac{DE}{\tan 67^\circ} \approx \frac{5}{12}x. \text{ 又}$$

$$\because AB = 62 \text{ m}, CD = 20 \text{ m}, \therefore \frac{4}{3}x + \frac{5}{12}x + 20 = 62,$$

解得 $x = 24$, $\therefore CD$ 与 AB 之间的距离约为 24 m.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\because BC =$

$$\frac{CF}{\sin 37^\circ} \approx \frac{24}{\frac{3}{5}} = 40 \text{ (m)}, AD = \frac{DE}{\sin 67^\circ} \approx \frac{24}{\frac{12}{13}} =$$

26(m), $\therefore AD + DC + CB - AB \approx 26 + 20 + 40 - 62 = 24$ (m), \therefore 他沿折线 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ 到达超市比直接沿直线 AB 横穿马路多走约 24 m.

课堂延伸

6. 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$\because \angle BAC = 30^\circ, BC = 1.5$ m,

$\therefore AB = 3$ m.

$\because AD = 1$ m,

$\therefore BD = 2$ m. 在 $\text{Rt}\triangle EDB$

中, $\because \angle EBD = 60^\circ,$

$\therefore \angle BED = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \therefore EB = 2BD = 2 \times$

$2 = 4$ (m). 如图, 过点 B 作 $BH \perp EF$ 于点 $H,$

\therefore 四边形 $BCFH$ 为矩形, $HF = BC = 1.5$ m,

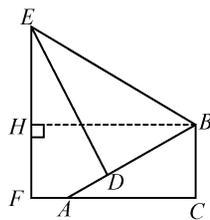
$\angle HBA = \angle BAC = 30^\circ,$

$\therefore \angle EBH = \angle EBD - \angle HBD = 30^\circ,$

$\therefore EH = \frac{1}{2}EB = 2$ m, $\therefore EF = EH + HF = 2 +$

$1.5 = 3.5$ (m).

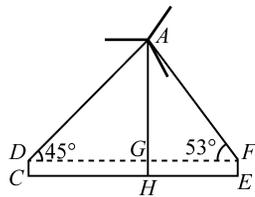
\therefore 该支架的边 BE 的长度为 4 m, 顶端 E 到地面的距离 EF 的长度为 3.5 m.



(第 6 题)

中考链接

7. 解: 如图, 连接 DF 交 AH 于点 $G,$



(第 7 题)

由题意得: $CD = EF = GH = 1.6$ m, $DF = CE = 182$ m, $DF \perp AH$, 设 $DG = x$ m,

$\therefore FG = DF - DG = (182 - x) \text{ m}$.

在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中, $\angle ADG = 45^\circ$,

$\therefore AG = DG \cdot \tan 45^\circ = x \text{ (m)}$.

在 $\text{Rt}\triangle AFG$ 中, $\angle AFG = 53^\circ$,

$\therefore AG = FG \cdot \tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}(182 - x) \text{ m}$,

$\therefore x = \frac{4}{3}(182 - x)$,

解得: $x = 104$,

$\therefore AG = 104 \text{ m}$,

$\therefore AH = AG + GH = 104 + 1.6 = 105.6 \text{ (m)}$,

\therefore 风电塔筒 AH 的高度约为 105.6 m .

7 利用三角函数测高

课堂精要

2. ① $\angle BDE$ ② CA ③ CD $a + b \tan \alpha$

3. ① $\angle BNE$ ② $\angle BDE$ ③ $a + \frac{b \tan \beta \tan \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha}$

课堂精练

1. B 2. B 3. B 4. 17.3 m

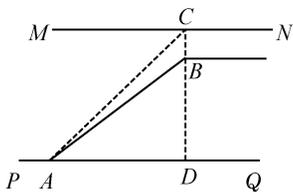
5. 解: 如图, 延长

CB 交 PQ 于点 D ,

$\therefore MN \parallel PQ, BC \perp$

$MN, \therefore BC \perp PQ$.

\therefore 坡角 $\angle BAQ$ 为



(第 5 题)

$37^\circ, \therefore \frac{BD}{AD} = \tan 37^\circ \approx 0.75 = \frac{3}{4}$, 设 $BD = 3x \text{ m}$,

则 $AD = 4x \text{ m}, AB = 5x \text{ m}$.

$\therefore AB = 12.5 \text{ m}, \therefore x = 2.5, \therefore BD = 7.5 \text{ m}$,

$AD = 10 \text{ m}$. 在 $\text{Rt}\triangle CDA$ 中, $\angle CDA = 90^\circ$,

$\angle CAQ = 45^\circ, \therefore CD = AD = 10 \text{ m}, \therefore BC =$

$CD - BD = 10 - 7.5 = 2.5 \text{ (m)}$.

\therefore 二楼的层高 BC 约为 2.5 m .

课堂延伸

6. 解: (1) $\because \angle BAC = 24^\circ, CD \perp AB, \therefore \sin 24^\circ =$

$\frac{CD}{AC}, \therefore CD = AC \sin 24^\circ \approx 30 \times 0.4 = 12 \text{ (cm)}$.

\therefore 支撑臂 CD 的长约为 12 cm .

(2) 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E (图略),

$\because \angle BAC = 12^\circ, \therefore \sin 12^\circ = \frac{EC}{AC} = \frac{EC}{30}$.

$\therefore EC = 30 \sin 12^\circ \approx 30 \times 0.2 = 6 \text{ (cm)}$.

$\therefore AE = \sqrt{30^2 - 6^2} = 12\sqrt{6} \text{ (cm)}$.

$\because CD = 12 \text{ cm}, \therefore ED = 6\sqrt{3} \text{ cm}$.

$\therefore AD = (12\sqrt{6} + 6\sqrt{3}) \text{ cm}$ 或 $AD = (12\sqrt{6} - 6\sqrt{3}) \text{ cm}$.

中考链接

7. 解: 由题意可知 $\angle BAD = \angle ADB = 45^\circ$,

$\therefore FD = EF = 6 \text{ m}$. 在 $\text{Rt}\triangle PEH$ 中, $\therefore \tan \beta =$

$\frac{EH}{PH} = \frac{5}{BF}, \therefore BF = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 5\sqrt{3} \text{ (m)}, \therefore PG =$

$BD = BF + FD = (5\sqrt{3} + 6) \text{ m}$. 在 $\text{Rt}\triangle PCG$

中, $\therefore \tan \beta = \frac{CG}{PG}, \therefore CG = (5\sqrt{3} + 6) \times \frac{\sqrt{3}}{3} =$

$5 + 2\sqrt{3} \text{ (m)}, \therefore CD = (6 + 2\sqrt{3}) \text{ m}$. \therefore 塔 CD 的

高度为 $(6 + 2\sqrt{3}) \text{ m}$.

第二章 二次函数

1 二次函数

课堂精要

1. $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 2. x



课堂精练

1. B 2. B 3. A 4. C

5. -3 6. $x(x-1)$

7. 解:(1)当这个函数是一次函数时,

$$\begin{cases} m^2 - m = 0, \\ m - 1 \neq 0, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = 0 \text{ 或 } m = 1, \\ m \neq 1, \end{cases} \therefore m = 0.$$

(2)当这个函数是二次函数时, $m^2 - m \neq 0$, 即 $m \neq 1$ 且 $m \neq 0$.

课堂延伸

8. 解:(1)若礼品盒的宽是 x cm, 则长是 $(x+2)$ cm, 高是 $(x+1)$ cm, 根据题意得 $S = 2[x(x+2) + (x+2) \cdot (x+1) + x(x+1)]$, 即 $S = 6x^2 + 12x + 4$.

(2)当 $x = 10$ 时, $S = 6 \times 10^2 + 12 \times 10 + 4 = 724(\text{cm}^2)$. $\therefore 0.0724 \times 10 + 1 = 1.724(\text{元})$.

$\therefore 1.724 < 2$, \therefore 对礼品盒进行包装, 她的钱够.

中考链接

9. 解:(1)设函数的表达式为 $y = kx + b$, 该一次函数图象过点 $(12, 74)$, $(28, 66)$, 得

$$\begin{cases} 12k + b = 74, \\ 28k + b = 66, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -0.5, \\ b = 80. \end{cases} \therefore \text{该函数的表}$$

达式为 $y = -0.5x + 80$.

(2)根据题意, 得 $(-0.5x + 80)(80 + x) = 6750$, 解得 $x_1 = 10, x_2 = 70$.

\therefore 投入成本最低, $\therefore x_2 = 70$ 不满足题意, 舍去. \therefore 增种果树 10 棵时, 果园可以收获果实 6750 kg.

(3)根据题意, 得 $w = (-0.5x + 80)(80 + x) = -0.5x^2 + 40x + 6400$.

2 二次函数的图象与性质

(第 1 课时)

课堂精要

$(0, 0)$	$(0, 0)$
y 轴	y 轴
开口向上	开口向下
$x > 0$, 递增;	$x > 0$, 递减;
$x < 0$, 递减	$x < 0$, 递增
最小值 0	最大值 0

课堂精练

1. B 2. C 3. D

4. $<$

5. 解:(1) $a = 1, m = 9$.

(2) 抛物线的表达式为 $y = x^2$, 对称轴为 y 轴, 顶点坐标为 $(0, 0)$.

(3) 在对称轴的左侧即 $x < 0$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小.

(4) $-3 < x < 1$.

课堂延伸

6. 解: $\because AB = 6$ m,

$\therefore BC = 3$ m,

\therefore 点 B 的横坐标为 3,

则纵坐标为 $y = -3^2 = -9$,

$\therefore OC = 9$ m.

\therefore 这时水面离拱桥顶部的高度 OC 是 9 m.

中考链接

7. 解:点 A, B 的坐标分别为 $(4, 16), (-2, 4)$

或 $(-2, 4), (4, 16)$, $\triangle AOB$ 的面积是 24.

3 二次函数的图象与性质 (第2课时)

课堂精要

开口向上	开口向下
$(0, c)$	$(0, c)$
y 轴	y 轴
$x > 0$ 时, 递增;	$x > 0$ 时, 递减;
$x < 0$ 时, 递减	$x < 0$ 时, 递增
最小值 c	最大值 c

课堂精练

1. A 2. C 3. ① 0 1 4. A
 5. -2 y 轴 增大 减小
 6. 解: (1) 把点 $(0, 1)$ 的坐标代入 $y = (m-1)x^2 + m^2 + 2m - 2$ 得, $1 = m^2 + 2m - 2$, 解得 $m = 1$ (舍去) 或 $m = -3$.
 (2) 此抛物线的表达式为 $y = -4x^2 + 1$, 顶点坐标为 $(0, 1)$, 对称轴为 y 轴 (直线 $x = 0$).
 (3) 当 $x \leq 0$ 时, y 的值随 x 值的增大而增大.

课堂延伸

7. 解: 把 $v = 100$ 代入 $s = \frac{1}{100}v^2$ 得, 汽车刹车距离 $s = 100 > 80$, 因此此时立即刹车仍有危险.

中考链接

8. 解: 根据题意可得 B 的纵坐标为 -4 , 把 $y = -4$ 代入 $y = -\frac{1}{25}x^2$, 得 $x = \pm 10$, $\therefore A(-10, -4), B(10, -4)$, $\therefore AB = 20$ m, 即这时水面宽度 AB 为 20 m.

4 二次函数的图象与性质 (第3课时)

课堂精要

$(a > 0)$	$(a < 0)$
向上	向下
直线 $x = h$	直线 $x = h$
(h, k)	(h, k)
$x > h$, 递增;	$x > h$, 递减;
$x < h$, 递减	$x < h$, 递增
最小值 k	最大值 k

课堂精练

1. B 2. 向上 直线 $x = 1$ $(1, 0)$
 3. 右 2 上 3 (或上 3 右 2)
 4. A 5. $y = -3(x-5)^2 + 4$ 6. $y_2 < y_1 < y_3$
 7. 解: (1) \because 二次函数 $y = a(x-h)^2 + \sqrt{3}$ 的图象经过原点 $O(0, 0), A(2, 0)$, \therefore 该函数图象的对称轴为直线 $x = 1$.
 (2) 点 A' 是该函数图象的顶点. 理由如下: 作 $A'B \perp x$ 轴于点 B (图略). \because 线段 OA 绕点 O 逆时针旋转 60° 到 OA' , $\therefore OA' = OA = 2$, $\angle A'OA = 60^\circ$. 在 $Rt\triangle A'OB$ 中, $\angle OA'B = 30^\circ$, $\therefore OB = \frac{1}{2}OA' = 1$, $\therefore A'B = \sqrt{3}OB = \sqrt{3}$, \therefore 点 A' 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$. 由题可求得该函数的表达式为 $y = -\sqrt{3}(x-1)^2 + \sqrt{3}$, \therefore 点 A' 为函数 $y = -\sqrt{3}(x-1)^2 + \sqrt{3}$ 的图象的顶点.

课堂延伸

8. 解: (1) 依题有顶点 C 的坐标为 $(0, 11)$, 点 B 的坐标为 $(8, 8)$, 设该抛物线的表达式为 $y = ax^2 + c$, 有 $\begin{cases} 8 = 64a + c, \\ 11 = c, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = -\frac{3}{64}, \\ c = 11. \end{cases}$ 故抛



物线的表达式为 $y = -\frac{3}{64}x^2 + 11$.

(2) 令 $-\frac{1}{128}(t-19)^2 + 8 = 11 - 5$, 解得 $t_1 = 35, t_2 = 3$.

画出 $h = -\frac{1}{128}(t-19)^2 + 8 (0 \leq t \leq 40)$ 的图象(图略), 由图象变化趋势可知, 当 $3 \leq t \leq 35$ 时, 水面到顶点 C 的距离不大于 5 m, 需禁止船只通行, 禁止船只通行时间为 $35 - 3 = 32$ (h). 故在这一时段内, 需 32 h 禁止船只通行.

中考链接

9. -1 或 5

5 二次函数的图象与性质 (第 4 课时)

课堂精要

小 大

课堂精练

1. C

2. $y = -(x+2)^2 - 1$ 向下 $(-2, -1)$ 直线 $x = -2$

3. $-4 \frac{4}{3}$ 4. B 5. -2 6. 11

课堂延伸

7. 解: (1) $m = 3$, 该二次函数的表达式为 $y = x^2 + 6x + 5$.

(2) 顶点坐标是 $(-3, -4)$, 对称轴是直线 $x = -3$.

中考链接

8. 解: (1) $\because a = \frac{1}{10} > 0, \therefore$ 抛物线的顶点为最

低点. $\because y = \frac{1}{10}x^2 - \frac{4}{5}x + 3 = \frac{1}{10}(x-4)^2 + \frac{7}{5}$,

\therefore 绳子最低点离地面的距离为 $\frac{7}{5}$ m.

(2) 由(1)可知, $BD = 8$, 令 $x = 0$ 得 $y = 3$,

$\therefore A(0, 3), C(8, 3)$. 由题意可得抛物线 F_1 的顶点坐标为 $(2, 1.8)$, 设抛物线 F_1 的表达式为 $y = a(x-2)^2 + 1.8$, 将点 $(0, 3)$ 的坐标代入上式得 $3 = 4a + 1.8$, 解得 $a = 0.3, \therefore$ 抛物线 F_1 的表达式为 $y = 0.3(x-2)^2 + 1.8$. 当 $x = 3$ 时, $y = 0.3 \times 1 + 1.8 = 2.1, \therefore MN$ 的长为 2.1 m.

6 确定二次函数的表达式 (第 1 课时)

课堂精要

1. ① $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ ② $y = a(x-h)^2 + k (a \neq 0)$ ③ $y = a(x-x_1)(x-x_2) (a \neq 0)$

课堂精练

1. A 2. D 3. 1

4. $y = -x^2 + 2x + 3$ 5. $y = x^2 - x - 2$

6. 解: \because 当 $x = 4$ 时, 二次函数有最小值 -3 , \therefore 其图象开口向上, 顶点坐标为 $(4, -3)$, 对称轴为直线 $x = 4$. 由于图象与 x 轴两交点间的距离为 6, 根据图象的对称性就可以得到图象与 x 轴两交点的坐标是 $(1, 0)$ 和 $(7, 0)$.

\therefore 抛物线的顶点为 $(4, -3)$ 且过点 $(1, 0)$. 故可设函数表达式为 $y = a(x-4)^2 - 3$. 将点 $(1, 0)$ 的坐标代入所设表达式得 $0 = a \times (1-4)^2 - 3$, 解得 $a = \frac{1}{3}. \therefore y = \frac{1}{3}(x-4)^2 - 3$, 即 $y =$

$\frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{7}{3}$.

课堂延伸

7. 解:以 O 为坐标原点,水平向右为 x 轴正半轴,垂直向上为 y 轴正半轴,建立平面直角坐标系(图略).设抛物线的表达式为 $y=ax^2(a \neq 0)$. 设 A, B, D 三点坐标依次为 $(x_A, y_A), (x_B, y_B), (x_D, y_D)$, 由题意,得 $AB=1.6, \therefore x_A = -0.8, x_B = 0.8$. 又可得 $x_D = -\left(\frac{1}{2} \times 1.6 - 0.4\right) = -0.4. \therefore$ 当 $x = -0.8$ 时, $y_A = a \cdot (-0.8)^2 = 0.64a$; 当 $x = -0.4$ 时, $y_D = a \cdot (-0.4)^2 = 0.16a. \therefore y_A - y_D = 2.2 - 0.7 = 1.5, \therefore 0.64a - 0.16a = 1.5, \therefore a = \frac{25}{8}, \therefore$ 抛物线的表达式为 $y = \frac{25}{8}x^2$. 当 $x = -0.4$ 时, $y_D = \frac{25}{8} \times (-0.4)^2 = 0.5, \therefore 0.7 - 0.5 = 0.2(m).$
 \therefore 绳子的最低点 O 到地面的距离是 $0.2 m$.

中考链接

8. 解: \therefore 抛物线 $y=ax^2+bx-8$ 经过点 $A(-2, 0), D(6, -8), \therefore \begin{cases} 4a-2b-8=0, \\ 36a+6b-8=-8, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=\frac{1}{2}, \\ b=-3, \end{cases} \therefore$ 抛物线的表达式为 $y=\frac{1}{2}x^2-3x-8$.

8. $\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 8 = \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{25}{2},$
 \therefore 抛物线的对称轴为直线 $x=3$. 又 \therefore 抛物线与 x 轴交于 A, B 两点, 点 A 的坐标为 $(-2, 0), \therefore$ 点 B 的坐标为 $(8, 0)$. 设直线 l 对应的函数表达式为 $y=kx. \therefore$ 点 $D(6, -8)$ 在直线 l 上, $\therefore 6k = -8$, 解得 $k = -\frac{4}{3}. \therefore$ 直线 l 对应的函数表达式为 $y = -\frac{4}{3}x. \therefore$ 点 E 为直线 l 和

抛物线对称轴的交点, \therefore 点 E 的横坐标为 3 , 纵坐标为 $-\frac{4}{3} \times 3 = -4$, 即点 E 的坐标为 $(3, -4)$.

7 确定二次函数的表达式 (第 2 课时)

课堂精要

1. 清楚 直接 2. 直观

课堂精练

1. D 2. D

3. 解: 设二次函数的表达式为 $y=ax^2+bx+c$, 把点 $(0, -2), (1, 0), (2, 3)$ 的坐标分别代入

$$\begin{cases} c = -2, \\ a + b + c = 0, \\ 4a + 2b + c = 3, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = \frac{1}{2}, \\ b = \frac{3}{2}, \\ c = -2, \end{cases}$$

则二次函数的表达式是 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2$.

4. 14 或 8

5. 解: (1) 二次函数的表达式为 $y = -x^2 - 2x + 3$.

(2) 在 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$.

6. 解: (1) 在平行四边形 $ABCD$ 中, $CD \parallel AB$ 且 $CD = AB = 4$, 点 D 的坐标是 $(0, 8), \therefore$ 点 C 的坐标为 $(4, 8)$. 设抛物线的对称轴与 x 轴相交于点 H , 则 $AH = BH = 2, \therefore$ 点 A, B 的坐标分别为 $(2, 0), (6, 0)$.

(2) 由抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $C(4, 8)$, 可设抛物线的表达式为 $y=a(x-4)^2+8$, 把 $A(2, 0)$ 的坐标代入上式, 解得 $a = -2$. 设平移后抛物线的表达式为 $y = -2(x-4)^2 + 8 + k$, 把点 $(0, 8)$ 的坐标代入上式得 $k = 32, \therefore$ 平移后



抛物线的表达式为 $y = -2(x-4)^2 + 40$, 即 $y = -2x^2 + 16x + 8$.

课堂延伸

7. 解:(1)令直线 $y = mx + 1$ 中 $x = 0$, 则 $y = 1$, 即直线与 y 轴的交点为 $(0, 1)$; 将点 $(0, 1)$ 的坐标代入 $y = x^2 - 2x + n$ 中, 得 $n = 1$. \therefore 抛物线的表达式为 $y = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$, \therefore 抛物线的顶点坐标为 $(1, 0)$. 将点 $(1, 0)$ 的坐标代入 $y = mx + 1$ 中, 得 $0 = m + 1$, 解得 $m = -1$. $\therefore m$ 的值为 -1 , n 的值为 1 .

(2)将 $y = 2x - 4$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 中, 有 $2x - 4 = \frac{6}{x}$, 即 $2x^2 - 4x - 6 = 0$, 解得 $x_1 = -1, x_2 = 3$. \therefore 该“丝带” L 的顶点坐标为 $(-1, -6)$ 或 $(3, 2)$. 令“绿色” $l: y = 2x - 4$ 中 $x = 0$, 则 $y = -4$, \therefore “丝带” L 过点 $(0, -4)$. 设该“丝带” L 的表达式为 $y = m(x+1)^2 - 6$ 或 $y = n(x-3)^2 + 2$, 由题意得, $-4 = m(0+1)^2 - 6$ 或 $-4 = n(0-3)^2 + 2$, 解得 $m = 2, n = -\frac{2}{3}$. \therefore 此“丝带” L 的表达式为 $y = 2(x+1)^2 - 6$ 或 $y = -\frac{2}{3}(x-3)^2 + 2$.

中考链接

8. 解:(1)对于二次函数 $y = x^2$, 当 $y = 2$ 时, $2 = x^2$, 解得 $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$, $\therefore AB = 2\sqrt{2}$. \therefore 平移得到的抛物线 L_1 经过点 B , $\therefore BC = AB = 2\sqrt{2}$, $\therefore AC = 4\sqrt{2}$.
(2)记抛物线 L_2 的对称轴与 AD 相交于点 N , 根据抛物线的轴对称性, 得 $BN = \frac{1}{2}DB = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

设抛物线 L_2 的表达式为 $y = a_2 \left(x - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2$. 由

(1)得, 点 B 的坐标为 $(\sqrt{2}, 2)$, $\therefore 2 = a_2 \left(\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2$, 解得 $a_2 = 4$. \therefore 抛物线 L_2 的表达式为 $y = 4 \left(x - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2$.

8 二次函数的应用(第1课时)

课堂精要

①变量 ②未知数 ④自变量

课堂精练

1. C 2. C 3. 8 4. D 5. 2 s

6. 解:(1)由 $AB = x$ m, 得 $BC = (28-x)$ m, 根据题意得 $x(28-x) = 192$, 解得 $x_1 = 12, x_2 = 16$. 所以若花园的面积为 192 m^2 , 则 $x = 12$ 或 $x = 16$.
(2) $S = x(28-x) = -x^2 + 28x = -(x-14)^2 + 196$, 因为 $\begin{cases} x \geq 6, \\ 28-x \geq 15, \end{cases}$ 所以 $6 \leq x \leq 13$. 因为 $a = -1 < 0$, 所以当 $6 \leq x \leq 13$ 时, S 的值随 x 值的增大而增大, 所以当 $x = 13$ 时, S 有最大值 195 . 故花园面积 S 的最大值为 195 m^2 .

课堂延伸

7. 解:(1)当 $AP = 12$ 时, $AP \cdot PQ = 36$, $\therefore PQ = 3$. 又在 $\text{Rt}\triangle PBQ$ 中, $\tan B = \frac{3}{4}$, $\therefore \frac{PQ}{PB} = \frac{3}{4}$, $\therefore PB = 4$, $\therefore AB = 16$.
(2)设 $AP = x$, 则 $PB = 16 - x, PQ = \frac{3}{4}(16 - x)$, $\therefore y = \frac{3}{4}(16 - x)x$, 整理得 $y = -\frac{3}{4}(x - 8)^2 + 48$. \therefore 当 $x = 8$ 时, $y_{\text{最大值}} = 48$.

中考链接

8. 解:(1)由已知可得 $AD = \frac{6-1-1-1-\frac{1}{2}}{2} =$

$\frac{5}{4}$ (m), 则此时窗户的透光面积为 $1 \times \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$ (m²).

(2) 设 $AB = x$ m, 则 $AD = (3 - \frac{7}{4}x)$ m, $\therefore 3 - \frac{7}{4}x > 0, \therefore 0 < x < \frac{12}{7}$. 设窗户透光面积为 S , 由已知得, $S = AB \cdot AD = x(3 - \frac{7}{4}x) = -\frac{7}{4}x^2 + 3x = -\frac{7}{4}(x - \frac{6}{7})^2 + \frac{9}{7}$, 当 $x = \frac{6}{7}$ 时, $S_{\text{最大值}} = \frac{9}{7} \text{ m}^2 > 1.05 \text{ m}^2$, \therefore 与课本中的例题比较, 现在窗户透光面积的最大值变大.

9 二次函数的应用(第2课时)

课堂精要

$$\textcircled{1} y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{b}{2a} \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$\textcircled{2} -\frac{b}{2a} \frac{4ac - b^2}{4a}$$

课堂精练

1. A 2. A 3. C 4. 20 5. -1°C

6. 解: (1) 设 $y = kx + b$, 根据题意得
$$\begin{cases} 80 = 60k + b, \\ 100 = 50k + b, \end{cases}$$
 解得
$$\begin{cases} k = -2, \\ b = 200. \end{cases}$$
 $\therefore y = -2x + 200$ ($30 \leq x \leq 60$).

(2) $W = (x - 30)(-2x + 200) - 450 = -2x^2 + 260x - 6450 = -2(x - 65)^2 + 2000$.

(3) $W = -2(x - 65)^2 + 2000, \therefore 30 \leq x \leq 60$, 当 $x = 60$ 时, W 有最大值为 1 950, \therefore 当销售单价为 60 元时, 该公司日获利最大, 最大获利为 1 950 元.

课堂延伸

7. 解: (1) 设 $y = kt + b$, 把 $t = 1, y = 118; t = 3,$

$y = 114$ 分别代入得
$$\begin{cases} k + b = 118, \\ 3k + b = 114, \end{cases}$$
 解得
$$\begin{cases} k = -2, \\ b = 120, \end{cases}$$

$\therefore y = -2t + 120$. 将 $t = 30$ 代入上式, 得 $y = -2 \times 30 + 120 = 60$. \therefore 在第 30 天的日销售量是 60 kg.

(2) 设第 t 天的销售利润为 w 元. 当 $1 \leq t \leq 24$ 时, 由题意 $w = (-2t + 120) \left(\frac{1}{4}t + 30 - 20 \right) = -\frac{1}{2}(t - 10)^2 + 1250$, \therefore 当 $t = 10$ 时, $w_{\text{最大值}} = 1250$. 当 $25 \leq t \leq 48$ 时, $w = (-2t + 120) \cdot \left(-\frac{1}{2}t + 48 - 20 \right) = t^2 - 116t + 3360$, \therefore 其图象的对称轴为直线 $t = 58, a = 1 > 0$, \therefore 在对称轴左侧 w 随 t 的增大而减小, \therefore 当 $t = 25$ 时, $w_{\text{最大值}} = 1085$. 综上所述, 第 10 天的销售利润最大, 最大日销售利润为 1 250 元.

中考链接

8. 解: (1) 根据题意, 电价 y 与月用电量 x 的函数关系式是分段函数. 当 $0 \leq x \leq 4$ 时, $y = 1$; 当 $4 < x \leq 16$ 时, 函数的图象过点 (4, 1) 和 (8, 1.5) 且该函数为一次函数. 设该一次函数的表达式

为 $y = kx + b, \therefore \begin{cases} 4k + b = 1, \\ 8k + b = 1.5, \end{cases}$ 解得
$$\begin{cases} k = \frac{1}{8}, \\ b = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

\therefore 电价 y 与月用电量 x 的函数关系式为 $y = \begin{cases} 1 (0 \leq x \leq 4), \\ \frac{1}{8}x + \frac{1}{2} (4 < x \leq 16). \end{cases}$ \therefore 月效益 z 与月用电量 x 之间的函数关系式为 $z = \begin{cases} 5.5x - x \times 1 (0 \leq x \leq 4), \\ 5.5x - 4 \times 1 - (x - 4) \left(\frac{1}{8}x + \frac{1}{2} \right) (4 < x \leq 16), \end{cases}$

即 $z = \begin{cases} \frac{9}{2}x (0 \leq x \leq 4), \\ -\frac{1}{8}x^2 + \frac{11}{2}x - 2 (4 < x \leq 16). \end{cases}$



(2) 当 $0 \leq x \leq 4$ 时, $z = \frac{9}{2}x$, $\therefore \frac{9}{2} > 0$, $\therefore z$ 的值随 x 值的增大而增大, \therefore 当 $x=4$ 时, z 有最大值, 最大值为 $\frac{9}{2} \times 4 = 18$; 当 $4 < x \leq 16$ 时, $z = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{11}{2}x - 2 = -\frac{1}{8}(x-22)^2 + \frac{117}{2}$, $\therefore -\frac{1}{8} < 0$, $4 < x \leq 16$, \therefore 当 $x=16$ 时, z 有最大值, 最大值为 54, 即工厂最大月效益为 54 万元.

10 二次函数与一元二次方程 (第 1 课时)

课堂精要

1. 有两个不相等的实数根 有两个相等的实数根 没有实数根 2. 横坐标 根

课堂精练

1. A 2. D 3. D 4. B 5. -1 或 2 或 1
6. 解: (1) 由二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象可知, 抛物线与 x 轴交于 $(1, 0)$, $(3, 0)$ 两点, 即 $x_1 = 1$ 和 $x_2 = 3$ 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根.
(2) 不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集, 即求 $y > 0$ 的解集, 由题中图象可知 $1 < x < 3$.
(3) 因为 $a < 0$, 故在对称轴的右侧 y 的值随 x 值的增大而减小, 即当 $x > 2$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小.

(4) 由题图可知,
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2, \\ \frac{4ac - b^2}{4a} = 2, \\ \frac{c}{a} = 3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = -2, \\ b = 8, \\ c = -6. \end{cases}$$

代入方程得 $-2x^2 + 8x - 6 - k = 0$. 又因为该方程有两个不相等的实数根, 所以 $\Delta > 0$, 即

$8^2 - 4 \times (-2) \times (-6 - k) > 0$, 解得 $k < 2$.

课堂延伸

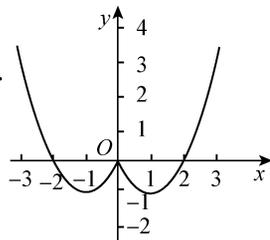
7. 解: (1) 0

(2) 正确补全图象, 如图.

(3) (可从函数的最值、增减性、图象对称性等方面阐述, 答案不唯一, 合理即可)

(4) ① 3 3 ② 2

③ $-1 < a < 0$



(第 7 题)

中考链接

8. (1) 证明: $\because y = (x-m)^2 - (x-m) = (x-m) \cdot (x-m-1)$, \therefore 由 $y = (x-m) \cdot (x-m-1) = 0$ 得 $x_1 = m, x_2 = m+1$. $\because m \neq m+1$, \therefore 不论 m 为何值, 该抛物线与 x 轴一定有两个公共点.

(2) 解: ① $\because y = (x-m)^2 - (x-m) = x^2 - (2m+1)x + m(m+1)$, \therefore 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{-(2m+1)}{2} = \frac{5}{2}$, 解得 $m = 2$. \therefore 抛物线的表达式为 $y = x^2 - 5x + 6$. ② $\because y = x^2 - 5x + 6 = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4}$, \therefore 该抛物线沿 y 轴向上平移 $\frac{1}{4}$ 个单位长度后, 得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点.

11 二次函数与一元二次方程 (第 2 课时)

课堂精要

① 图象 ② 整数 ③ 近似根

课堂精练

1. C 2. C 3. C 4. D 5. C 6. D

课堂延伸

7. 解:(1)方法:在直角坐标系中画出抛物线 $y=x^2-1$ 和直线 $y=2x$,其交点的横坐标就是该方程的解.(答案不唯一)

(2)在题图中画出直线 $y=x+2$ (图略),与函数 $y=x^3$ 的图象交于点 B ,得点 B 的横坐标 $x \approx 1.5$, \therefore 方程的近似解为 $x=1.5$.

中考链接

8. 解:(1)由原方程,得 $(x-\frac{1}{2})^2 - \frac{5}{4} = 0$,即

$(x-\frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$,解得 $x_1 = \frac{-\sqrt{5}+1}{2}$, $x_2 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.(答案不唯一)

(2) x^2-x-1 (3)① x^2-1 x (或 x^2 $x+1$)
②略.

第三章 圆

1 圆

课堂精要

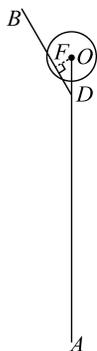
1. 到定点的距离等于定长 定点 定长
圆心 半径
2. 等弧
3. $>$ $=$ $<$

课堂精练

1. C 2. B 3. B 4. 2 cm 或 6 cm
5. 点 A 在圆 O 上或在圆 O 内
6. 解:(1) A, B, C 三点都在 $\odot D$ 上.
(2) $5 < r < 13$.

课堂延伸

7. 解:如图,设点 A 处为大门、点 O 处为拴狗的柱子. 点 D 为猫从大门向正北走 182 m 处,点 B 在点 D 的北偏西 30° 方向,则 $AO=200$ m, $AD=182$ m,圆 O 的半径是 10 m, $\angle ODB=30^\circ$,则 $OD=AO-AD=18$ m. 过圆心 O 作 $OF \perp BD$ 于点 F . $\therefore \angle OFD=90^\circ$,



$\therefore \angle ODF=30^\circ, OD=18$ m, $\therefore OF=9$ m.

$\therefore 9$ m $<$ 10 m,点 O 到 BD 的最短距离小于该圆的半径, \therefore 猫不能避开狗.

中考链接

8. A

2 圆的对称性

课堂精要

1. 轴对称 任意一条过圆心的直线 无数
中心对称 圆心
2. 弧 弦
3. 两个圆心角 两条弧 两条弦 相等

课堂精练

1. D 2. 40° 3. 60° 4. 60° 5. $\widehat{GE}=2\widehat{GF}$
6. 解: $CD=CE$.理由如下:连接 OC (图略),
 $\therefore \widehat{AC}=\widehat{BC}, \therefore \angle AOC=\angle BOC. \therefore CD \perp OA,$
 $CE \perp OB, \therefore CD=CE.$

课堂延伸

7. 解:(1)第一个图形有无数条对称轴,所以



与其他两个不同.

(2)画图略.

中考链接

8. (1)证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore AB=CD$, $\therefore \widehat{AB}=\widehat{CD}$. $\because M$ 为 \widehat{AD} 的中点, $\therefore \widehat{AM}=\widehat{DM}$, $\therefore \widehat{AB}+\widehat{AM}=\widehat{CD}+\widehat{DM}$, 即 $\widehat{BM}=\widehat{CM}$, $\therefore BM=CM$.

(2)解: $\because \odot O$ 的半径为 2, $\therefore \odot O$ 的周长为 4π .

$\because \widehat{AM}=\widehat{DM}=\frac{1}{2}\widehat{AD}=\frac{1}{2}\widehat{AB}$, $\therefore \widehat{BM}=\widehat{AB}+\widehat{AM}=\frac{3}{2}\widehat{AB}$. $\therefore \widehat{BM}$ 的长 $=\frac{3}{2}\times\frac{1}{4}\times 4\pi=\frac{3}{2}\pi$.

*3 垂径定理

课堂精要

1. 平分这条弦 弧
2. 平分弦 弦 弦所对的弧

课堂精练

1. C 2. B 3. D 4. 16 5. 3

6. 解: 连接 OC , 过点 O 作 $OF\perp CD$, 交 CD 于点 F , 交 AB 于点 E (图略). $\because AB=1.2$ m, $OE\perp AB$, $OA=1$ m, $\therefore AE=0.6$ m, $OE=\sqrt{AO^2-AE^2}=\sqrt{1^2-0.6^2}=0.8$ (m). \because 水管水面上升了 0.2 m, $\therefore OF=0.8-0.2=0.6$ (m), $\therefore CF=\sqrt{OC^2-OF^2}=\sqrt{1^2-0.6^2}=0.8$ (m), $\therefore CD=1.6$ m.

课堂延伸

7. 解: 显然 $AF=20$ m, 设圆的半径为 x m, 则 $OF=(x-10)$ m, $\therefore 20^2+(x-10)^2=x^2$, 解得 $x=25$. 设 OE 与 CD 相交于点 G , 连接 OD (图

略), 则 $OG=24$ m, $OD=25$ m, 可求得 $GD=7$ m, 则 $CD=14$ m $<$ 15 m, \therefore 该货轮不能安全通过此桥.

中考链接

8. $\sqrt{13}$

4 圆周角和圆心角的关系 (第 1 课时)

课堂精要

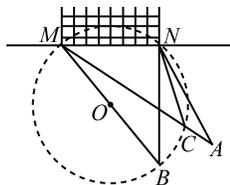
1. 圆上 另一个交点
2. 一半
3. 相等

课堂精练

1. C 2. A 3. B 4. $\sqrt{6}$ 5. 60° 或 120°
6. (1) 证明略. (2) $BC=5\sqrt{3}$.

课堂延伸

7. 解: 迅速将球回传给乙, 让乙射门好. 理由: 在不考虑其他因素的情况下, 如果两个点到球门的距离相差不大, 要确定较好的射门位置, 关键看这两个点各自对球门 MN 的张角, 当张角越大时, 射中的机会就越大, 过点 M, N 以及 A, B 中的任一点作一个圆, 这里作出 $\odot O$, 如图所示, 则 $\angle A < \angle MCN = \angle B$, 即 $\angle B > \angle A$, 从而 B 处对 MN 的张角较大, 在 B 处射门射中的机会大些.



(第 7 题)

中考链接

8. D

5 圆周角和圆心角的关系 (第2课时)

课堂精要

1. 直角 直径 2. 对角互补

课堂精练

1. 55° 2. 45° 3. 48° 4. 80° 或 100°

5. 答案不唯一, $50^\circ \leq \angle BPD \leq 100^\circ$, 任写一个即可

6. 70°

7. 解: $\because AB$ 为直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$. $\because CD \perp AB$,
 $\therefore \angle BCD + \angle B = 90^\circ$, $\therefore \angle B = \angle ACD$.

$\because \cos \angle ACD = \frac{3}{5}$, $\therefore \cos B = \frac{3}{5}$, $\therefore \tan B =$

$\frac{4}{3}$. $\because BC = 4$, $\therefore \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{4} = \frac{4}{3}$,

$\therefore AC = \frac{16}{3}$.

课堂延伸

8. (1) 证明: $\because \angle A = \angle C$, $\therefore \triangle MBA \cong \triangle MGC$, $\therefore MB = MG$. 又 $\because MD \perp BC$,
 $\therefore BD = GD$. $\therefore CD = CG + GD = AB + BD$.

(2) $2 + 2\sqrt{2}$

中考链接

9. (1) 证明: $\because ED = EC$, $\therefore \angle EDC = \angle C$.
 $\because \angle EDC = \angle B$, $\therefore \angle B = \angle C$, $\therefore AB = AC$.

(2) $CD = \frac{3}{2}$.

6 确定圆的条件

课堂精要

1. 不在同一条直线上 2. 三角形三边垂直平分线的交点 外心
 3. 内部 斜边中点处 外部

课堂精练

1. B

2. 无数 无数 1 线段 AB 的垂直平分线上

3. 2 4. B 5. B 6. 60° 或 120°

7. 解: (1) 画出 AB, AC 的垂直平分线, 其交点即为 O , 标出圆心, 图略.

(2) 由(1)得圆心 O 的位置, 连接 OB, OA, OA 交 BC 于 E (图略), $\because AB = AC$, $\therefore \widehat{AB} = \widehat{AC}$,

$\therefore AE \perp BC, BE = \frac{1}{2}BC = 5$. 在 $\text{Rt} \triangle ABE$ 中,

$AB = 6, BE = 5, AE = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$, 在

$\text{Rt} \triangle OBE$ 中, $r^2 = 5^2 + (r - \sqrt{11})^2$,

解得 $r = \frac{18\sqrt{11}}{11}$. \therefore 圆片的半径 r 为 $\frac{18\sqrt{11}}{11}$ cm.

课堂延伸

8. 解: 连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于点 E , 连接 CE (图略). $\because AE$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACE = \angle AHB$. 又 $\because \widehat{AC} = \widehat{AC}$, $\therefore \angle B =$

$\angle E$, $\therefore \triangle ABH \sim \triangle AEC$, $\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AH}{AC}$. $\therefore AC =$

$24, AH = 18, AE = 2OC = 26$, $\therefore AB = \frac{18 \times 26}{24} =$

$\frac{39}{2}$.

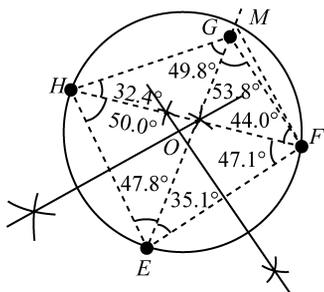
中考链接

9. 解: (1) 图略.



(2)若三角形为锐角三角形,则其最小覆盖圆为其外接圆;若三角形为直角或钝角三角形,则其最小覆盖圆是以三角形最长边(直角或钝角所对的边)为直径的圆.

(3)此中转站应建在 $\triangle EFH$ 的外接圆圆心处(线段 EF 的垂直平分线与线段 EH 的垂直平分线的交点处).



(第9题)

理由如下: $\angle HEF = \angle HEG + \angle GEF = 47.8^\circ + 35.1^\circ = 82.9^\circ$, $\therefore \angle EHF = 50.0^\circ$, $\angle EFH = 47.1^\circ$, $\therefore \triangle EFH$ 是锐角三角形, \therefore 其最小覆盖圆为 $\triangle EFH$ 的外接圆. 设此外接圆为 $\odot O$, 直线 EG 与 $\odot O$ 交于点 E, M (如图所示), 则 $\angle EMF = \angle EHF = 50.0^\circ < 53.8^\circ = \angle EGF$. 故点 G 在 $\odot O$ 内, 从而 $\odot O$ 也是四边形 $EFGH$ 的最小覆盖圆. \therefore 中转站建在 $\triangle EFH$ 的外接圆圆心处, 能够符合题中要求.

7 直线和圆的位置关系

(第1课时)

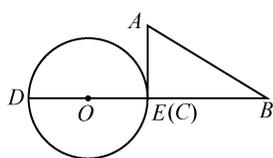
课堂精要

1. 唯一的公共点 圆的切线 切点
2. $d > r$ $d = r$ $d < r$ 3. 垂直

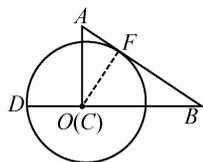
课堂精练

1. D 2. B 3. 1 或 5 4. A 5. 45° 6. (5, 3)

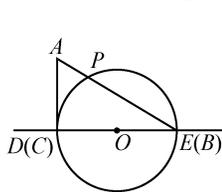
7. 解: 当点 E 与点 C 重合时, $\odot O$ 与 AC 相切, 如图①, $AC \perp OE$, 圆运动了 2 cm, 则 $t = 1$ s; 当点 O 运动到点 C 时, 如图②, 过点 O 作 $OF \perp AB$, 在 $\triangle FOB$ 中, $\angle FBO = 30^\circ$, $OB = 12$, 则 $OF = 6$, 所以 AB 与 $\odot O$ 相切, 此时圆运动了 8 cm, 则 $t = 4$ s; 当点 D 与 C 重合时, $\odot O$ 与 AC 相切, 如图③, $OC = OD = 6$, 此时圆运动了 14 cm, 则 $t = 7$ s; 当点 O 运动到点 B 的右侧, $OB = 12$ 时, 如图④, 过点 O 作 $OQ \perp AB$, 在 $\triangle QOB$ 中, $\angle OBQ = 30^\circ$, $OB = 12$, 则 $OQ = 6$, 所以直线 AB 与 $\odot O$ 相切, 此时圆运动了 32 cm, 则 $t = 16$ s. 综上, 当 t 为 1 s, 4 s, 7 s, 16 s 时, $\triangle ABC$ 的一边所在直线与 $\odot O$ 相切.



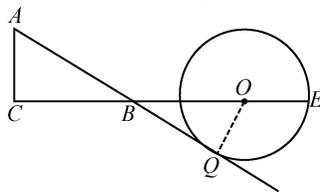
图①



图②



图③

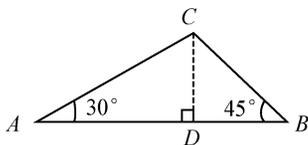


图④

(第7题)

课堂延伸

8. 解: 如下图, 过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为 D . $CD = \sqrt{3} - 1 > 0.7$, \therefore 计划修筑的这条公路不会穿过公园.



(第8题)

中考链接

9. (1) 证明: $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$, $\therefore \angle ADO + \angle BDO = 90^\circ$. $\because AC$ 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore OA \perp AC$, $\therefore \angle OAD + \angle CAD = 90^\circ$. $\because OA = OD$, $\therefore \angle OAD = \angle ADO$, $\therefore \angle BDO = \angle CAD$. $\because \angle 1 = \angle BDO$, $\therefore \angle 1 = \angle CAD$.

(2) 解: 由(1)知 $\angle 1 = \angle CAD$, 又 $\angle C = \angle C$, $\therefore \triangle CAD \sim \triangle CDE$, $\therefore \frac{DC}{EC} = \frac{AC}{DC}$, $\therefore DC^2 = EC \cdot AC$. $\because AE = EC = 2$, $\therefore AC = AE + EC = 4$, $\therefore DC = 2\sqrt{2}$. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA = OD = r$, 在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $OA^2 + AC^2 = OC^2$, $\therefore r^2 + 4^2 = (r + 2\sqrt{2})^2$, 解得 $r = \sqrt{2}$, $\therefore \odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$.

8 直线和圆的位置关系 (第 2 课时)

课堂精要

1. 垂直于这条半径 半径
2. 内切圆 角平分线 内心 三边的距离

课堂精练

1. B
2. 6 cm
3. 相切
4. $(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$
5. 2
6. $\frac{2}{3}\sqrt{6}$
7. 证明: 连接 OD , 过点 O 作 $OE \perp AC$ 于点 E (图略), 则 $\angle OEC = 90^\circ$. $\because AB$ 与 $\odot O$ 相切于点 D , $\therefore OD \perp AB$, $\therefore \angle ODB = 90^\circ$, $\therefore \angle ODB = \angle OEC$. 又 $\because O$ 是 BC 的中点, $\therefore OB = OC$. $\because AB = AC$, $\therefore \angle B = \angle C$, $\therefore \triangle OBD \cong \triangle OCE$, $\therefore OD = OE$, 即 OE 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore AC$ 与 $\odot O$ 相切.

8. (1) 证明: $\because BC$ 是直径, $\therefore \angle BDC = 90^\circ$, $\therefore \angle ACB + \angle DBC = 90^\circ$. 又 $\because \angle ABD = \angle ACB$, $\therefore \angle ABD + \angle DBC = 90^\circ$, $\therefore AB \perp BC$. 又 \because 点 B 在圆上, $\therefore AB$ 是圆的切线.

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中, $\tan \angle AEB = \frac{5}{3}$, $\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{5}{3}$, 即 $AB = \frac{5}{3}BE = \frac{5}{3} \times 4 = \frac{20}{3}$. $\because AB : BC = 2 : 3$, $\therefore BC = \frac{3}{2}AB = \frac{3}{2} \times \frac{20}{3} = 10$. \therefore 圆的直径为 10.

课堂延伸

9. 她应该按 $\triangle ABC$ 的内切圆来裁剪, 这个圆的直径为 40 cm.

中考链接

10. (1) 证明: $\because AE = AB$, $\therefore \triangle ABE$ 是等腰三角形, $\therefore \angle ABE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC$. $\because \angle BAC = 2\angle CBE$, $\therefore \angle CBE = \frac{1}{2}\angle BAC$, $\therefore \angle ABC = \angle ABE + \angle CBE = (90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC) + \frac{1}{2}\angle BAC = 90^\circ$, 即 $AB \perp BC$, $\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) $DE = 1.6$.

*9 切线长定理

课堂精要

1. 相等
2. 两组对边长度之和相等

课堂精练

1. 8
2. 70°
3. 4
4. 2
5. $\frac{5}{12}$
6. $AB = 6\sqrt{3}$.

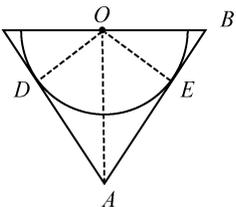


课堂延伸

7. $5\sqrt{3}$

中考链接

8. (1)证明:如图,连接 OA, OD , 过点 O 作 $OE \perp AB$ 于点 E . $\because AC$ 与半圆 O 相切于点 D , $\therefore OD \perp AC$. $\because AB = AC, O$ 为 BC 的中点, $\therefore \angle CAO = \angle BAO$. $\because OD \perp AC, OE \perp AB, \therefore OD = OE$. $\therefore AB$ 经过圆 O 半径的外端. $\therefore AB$ 是半圆 O 所在圆的切线.



(第8题)

(2)解: $\cos \angle ABC = \frac{2}{3}, AB = 12$, 得 $OB = 8$. 由勾股定理, 得 $AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = 4\sqrt{5}$. 由三角形的面积, 得 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} AB \cdot OE = \frac{1}{2} OB \cdot AO$, $OE = \frac{OB \cdot AO}{AB} = \frac{8\sqrt{5}}{3}$, 故半圆 O 所在圆的半径是 $\frac{8\sqrt{5}}{3}$.

10 圆内接正多边形

课堂精要

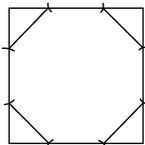
1. 同一圆上 圆内接正多边形 外接圆
2. 半径 3. 边心距 4. 中心角

课堂精练

1. B 2. 120° 3. $2\sqrt{3}$ 4. $3\sqrt{3}$ 5. 90° 6. $\sqrt{2}$ 7. $2\sqrt{2}$ 8. 4.5 9. 45° 10. 直角
7. 解: (1) $\angle MON = 120^\circ$. (2) 90° 72°
(3) $\angle MON = \frac{360^\circ}{n}$.

课堂延伸

8. 解: 如图, 分别以四个顶点为圆心, 对角线的一半为半径作圆, 与正方形交于八个点, 顺次连接八个交点, 得到一个正八边形.



(第8题)

将该正八边形从花布上剪下来就可得到面积最大的正八边形风筝.

中考链接

9. (1)解: 108° 理由如下: 如题图①, $\because \angle A = \angle B, \therefore \widehat{BCE} = \widehat{CEA}$,
 $\therefore \widehat{BCE} - \widehat{CDE} = \widehat{CEA} - \widehat{CDE}, \therefore \widehat{BC} = \widehat{AE}$,
 $\therefore BC = AE$. 同理可得 $BC = DE, DE = AB, AB = CD, CD = AE, \therefore BC = DE = AB = CD = AE, \therefore$ 五边形 $ABCDE$ 是正五边形.
(2)证明: 如题图②, $\because \triangle ABC$ 是正三角形, $\therefore \angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$. \because 四边形 $ABCF$ 是圆内接四边形, $\therefore \angle ABC + \angle AFC = 180^\circ, \therefore \angle AFC = 120^\circ$. 同理可得 $\angle ADB = 120^\circ, \angle BEC = 120^\circ$. $\therefore \angle ADB = 120^\circ, \therefore \angle DAB + \angle ABD = 60^\circ$. $\because \widehat{AD} = \widehat{CF}, \therefore \angle ABD = \angle CAF, \therefore \angle DAB + \angle CAF = 60^\circ, \therefore \angle DAF = \angle DAB + \angle CAF + \angle BAC = 120^\circ$. 同理可得 $\angle DBE = 120^\circ, \angle ECF = 120^\circ, \therefore \angle AFC = \angle ADB = \angle BEC = \angle DAF = \angle DBE = \angle ECF = 120^\circ$, 故题图②中的六边形各内角相等.

(3)解: 由(1)(2)可提出以下猜想: 当 $n(n \geq 3, n$ 为整数) 是奇数时, 各内角都相等的圆内接多边形是正多边形; 当 $n(n \geq 3, n$ 为整数) 是偶数时, 各内角都相等的圆内接多边形不一定是正多边形.

11 弧长及扇形的面积

课堂精要

$$1. l = \frac{n\pi R}{180} \quad 2. S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360} \quad S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lR$$

课堂精练

1. $\frac{3}{4}\pi$ cm 2. $\frac{8}{3}\pi$ cm² 3. 6 cm 4. B

5. $\frac{3\pi}{8}$ 6. π

7. 解:(1) $\angle OCA = 30^\circ$.

(2) 题图中阴影部分的面积为 $3\pi - 2\sqrt{3}$.

课堂延伸

8. (1) 略. (2) 图略, 边 $A'B'$ 在旋转过程中扫过的图形面积为 5π .

中考链接

9. $\frac{\pi}{4}$

专项训练

1 有理数和实数

知识梳理

一、1. 原点 正方向 单位长度 2. 1 0

3. 符号 4. $\frac{1}{a}$ $-a$ 0 5. 原点 6. x $-x$

二、2. 正 负 正 0

3. 平方根 $\pm\sqrt{a}$ 两 互为相反数 0 没有平方根 正的平方根 0 \sqrt{a}

4. 正数和零 ① \geq ② \geq ③ \geq 5. 立方根 $\sqrt[3]{a}$

6. 乘方或开方 乘除 加减 左 右 括号 里面的

7. 交换 结合 交换 结合 分配

三、2. 正 负

四、2. 无理 无理 有理 3. 一 一 点 实数

综合提升

1. B 2. D 3. B 4. C 5. C 6. C 7. $2\sqrt{2}$

8. $>$ $>$ 9. $1-2a$ 10. $-\sqrt{2}$, $-\pi$ (答案不唯一) 11. (1) 1. (2) -1.

12. 解: 能求出. 设 $S = 1 + m + m^2 + m^3 + m^4 + \dots + m^{2026}$ ($m \neq 0$ 且 $m \neq 1$) ①, 将① $\times m$ 得 $mS = m + m^2 + m^3 + m^4 + \dots + m^{2027}$ ②, 由② - ①, 得 $mS - S = m^{2027} - 1$, 即 $S = \frac{m^{2027} - 1}{m - 1}$, $\therefore 1 + m + m^2 + m^3 + m^4 + \dots + m^{2026} = \frac{m^{2027} - 1}{m - 1}$ ($m \neq 0$ 且 $m \neq 1$).

2 整式、分式、二次根式

知识梳理

一、1. 整式 2. 所含字母相同 相同字母的指数也分别相同

3. 系数变 字母和对应的指数都不变

4. ① a^{m+n} ② a^{mn} ③ $a^n b^n$ ④ $\frac{b^n}{a^n}$ ⑤ a^{m-n}

$$1 \quad \frac{1}{a^p} \quad \frac{a}{b}$$

5. ① $am + an + bm + bn$ ② $a^2 - b^2$ ③ $a^2 + 2ab + b^2$ $a^2 - 2ab + b^2$

二、1. 分配律

2. $(a+b)(a-b)$ $(a+b)^2$ $(a-b)^2$



- 三、1. ①整 ②字母 2. 分母不等于 0
3. 分子等于 0 且分母不等于 0 5. 分子、分母不含公因式

- 四、1. \geq 2. ① a ② $a < 0$ $-a$ ③ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

④ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

3. \sqrt{ab} $\sqrt{\frac{a}{b}}$ 6. 相同

综合提升

1. B 2. B 3. C 4. B 5. C 6. 2

7. (1) $b^2 - 2ab$. (2) $4x - 5$.

8. (1) $\frac{a^2+1}{a^2-1}$. (2) $-x^2 - x$.

9. 取 $x=2$, 原式 $= \frac{x^2}{x-1} = 4$.

10. 证明: (1) $\because \frac{n(n+1)}{2} \times 8 + 1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n+1)^2$, \therefore 任意一个三角形数乘 8 再加 1 是一个完全平方数.

- (2) \because 第 n 个三角形数为 $\frac{n(n+1)}{2}$, 第 $n+1$ 个三角形数为 $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$, \therefore 这两个三角形数的和为 $\frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n+1)(n+2)}{2} = \frac{(n+1)(2n+2)}{2} = (n+1)^2$, 即连续两个三角形数的和是一个完全平方数.

3 一次方程(组)、分式方程

知识梳理

- 一、2. $\pm m$ $b \times m$ $b \div n \neq 0$
3. ①去分母 ②去括号 ③移项 ④合并同类项 ⑤未知数的系数化为 1
4. ③列 ④解

- 二、2. 代入 加减 3. 交点坐标

- 三、2. ①化为整式方程 ②解整式方程 ③检验

3. ①代入分母检验 ②代入原方程检验

综合提升

1. A 2. C 3. C 4. A 5. 1 6. ②③ ①④

7. $x=3$ 8. $\begin{cases} x=5, \\ y=-1. \end{cases}$ 9. $x=1$.

10. 解: 设学生步行的平均速度是 x km/h, 则服务人员骑自行车的平均速度是 $2.5x$ km/h, 根据题意得 $\frac{24}{x} - \frac{24}{2.5x} = 3.6$, 解得 $x=4$, 经检验, $x=4$ 是所列方程的解, 且符合题意.
 \therefore 学生步行的平均速度是 4 km/h.

4 一元二次方程

知识梳理

2. ①直接开平方 ②配方 ③公式 ④因式分解
3. $>$ 有两个不相等的 $=$ 有两个相等的 $<$ 没有
4. $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \geq$
5. $-\frac{b}{a} \quad \frac{c}{a}$

综合提升

1. C 2. C 3. A 4. B 5. D
6. $\frac{4}{3}$ 7. 12 8. 1.7 9. $x_1=3, x_2=9$.
10. 解: (1) 900 (2) $(45-x)(20+4x)$
(3) 由题意得, $(45-x)(20+4x) = 2100$, 解得 $x_1=10, x_2=30$.
因尽快减少库存, 故 $x=30$.
11. 解: $\because 2 \star a$ 的值小于 0, $\therefore 4a + a = 5a <$

0, 解得 $a < 0$. 在方程 $2x^2 - bx + a = 0$ 中, $\Delta = (-b)^2 - 8a \geq -8a > 0, \therefore$ 方程 $2x^2 - bx + a = 0$ 有两个不相等的实数根.

5 一元一次不等式(组)

知识梳理

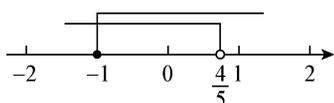
2. $> > > < < a > c$
 3. 改变
 4. ①各个不等式 ②不等式组 数轴 公共

综合提升

1. D 2. B 3. C 4. D 5. A 6. 4 7. 12

8. (1) $k=3, b=5$. (2) $x < -5$.

9. $-1 \leq x < \frac{4}{5}$, 表示在数轴上, 如图所示:



(第9题)

10. 解:(1) 设 A 种品牌足球的单价为 x 元, B 种品牌足球的单价为 y 元, 依题意得

$$\begin{cases} 50x + 25y = 4500, \\ y = x + 30, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 50, \\ y = 80. \end{cases}$$

\therefore 购买一个 A 种品牌的足球需要 50 元, 购买一个 B 种品牌的足球需要 80 元.

(2) 设第二次购买 A 种品牌的足球 m 个, 则购买 B 种品牌的足球 $(50 - m)$ 个, 依题意得

$$\begin{cases} (50 + 4)m + 80 \times 0.9(50 - m) \leq 4500 \times 70\%, \\ 50 - m \geq 23, \end{cases}$$

解得 $25 \leq m \leq 27$.

故这次学校购买足球有三种方案:

方案一: 购买 A 种品牌的足球 25 个, B 种品牌的足球 25 个; 方案二: 购买 A 种品牌的足球 26 个, B 种品牌的足球 24 个; 方案三: 购

买 A 种品牌的足球 27 个, B 种品牌的足球 23 个.

(3) \because 第二次购买足球时, A 种品牌的足球单价为 $50 + 4 = 54$ (元), B 种品牌的足球单价为 $80 \times 0.9 = 72$ (元), \therefore 当购买方案中 B 种足球最多时, 费用最高, 即方案一花钱最多. $\therefore 25 \times 54 + 25 \times 72 = 3150$ (元). \therefore 学校在第二次购买活动中最多需要 3150 元资金.

6 一次函数(一)

知识梳理

一、1. $|b| \quad |a| \quad \sqrt{a^2 + b^2}$ 2. $(a, -b)$
 $(-a, b) \quad (-a, -b)$

二、1. ①两 ②变化 ③有且只有一个值

2. 列表 解析 图象 坐标轴 特殊点 线走势

三、2. 0 原点 ①增大 一、三 ②减小

二、四

3. (1) $b \quad (0, b)$ ①正 ②负 y 轴 (2) ①增大 上升 ②减小 下降

4. 一 两 ①设关系式 ②列方程(组)

③解方程(组), 写出关系式

5. ① $k_1 = k_2 \quad b_1 \neq b_2$ 平行 k ② $k_1 \neq k_2$ 解

综合提升

1. B 2. B 3. C 4. D

5. $m > 1$ 6.
$$\begin{cases} x = -2, \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

7. 解:(1) 把点 $A(-2, -1), B(1, 3)$ 的坐标分别

代入 $y = kx + b$ 得
$$\begin{cases} -2k + b = -1, \\ k + b = 3, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} k = \frac{4}{3}, \\ b = \frac{5}{3}. \end{cases}$$



∴该一次函数的表达式为 $y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$.

(2)把 $x=0$ 代入 $y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$ 得 $y = \frac{5}{3}$,

∴点 D 的坐标为 $(0, \frac{5}{3})$.

∴ $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 2 + \frac{1}{2} \times$

$\frac{5}{3} \times 1 = \frac{5}{2}$.

7 一次函数(二)

知识梳理

一、1. 一次函数 图象与性质

二、1. 自变量 x 轴 2. 大于 0 或小于 0

综合提升

1. D 2. D 3. C 4. $y = 1.8x - 6$ 5. $3 < x < 6$

6. (1) $y = -\frac{1}{30}x + 5$. (2) 150 km.

8 反比例函数(一)

知识梳理

1. $\frac{k}{x}$ 常数 $\neq 0$ $x \neq 0$

2. 双曲线 接近 达到 ①一、三 下降
②二、四 上升

3. ①减小 ②增大 4. 一 一 5. $|k|$
 $x_2 y_2$ k

综合提升

1. D 2. C 3. B 4. $<$ 5. $y = \frac{6}{x}$ 6. 5

7. 解:(1)∵点 $A(-4, -2)$ 在反比例函数 $y =$

$\frac{k}{x}$ 的图象上, ∴ $k = -4 \times (-2) = 8$, ∴反比例

函数的表达式为 $y = \frac{8}{x}$. ∴点 $B(m, 4)$ 在反比

例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图象上, ∴ $4m = 8$, 解得 $m = 2$,

∴点 B 的坐标为 $(2, 4)$. 将点 $A(-4, -2)$,
 $B(2, 4)$ 的坐标分别代入 $y = -ax + b$ 中, 得

$$\begin{cases} -2 = 4a + b, \\ 4 = -2a + b, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = -1, \\ b = 2, \end{cases} \therefore \text{一次函数的表}$$

达式为 $y = x + 2$.

(2)令 $y = x + 2$ 中 $x = 0$, 则 $y = 2$, ∴点 C 的坐

标为 $(0, 2)$. ∴ $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OC \cdot (x_B - x_A) =$

$\frac{1}{2} \times 2 \times [2 - (-4)] = 6$.

9 反比例函数(二)

知识梳理

1. > 0 < 0

2. ① $\begin{cases} y = \frac{k_1}{x}, \\ y = k_2 x + b \end{cases}$ ② $k_2 x^2 + bx - k_1 = 0$

③两 一 无

综合提升

1. B 2. C 3. D

4. 2

5. $2 \leq k \leq 9$

6. 解:(1)当 $0 \leq x \leq 3$ 时, $y = -2x + 10$; 当
 $x > 3$ 时, $y = \frac{12}{x}$.

(2)能. 理由如下: 令 $y = \frac{12}{x} = 1$, 则 $x = 12 <$

15, 故能在 15 天以内达标.

10 二次函数(一)

知识梳理

1. $\neq 0$ 2. 抛物线 $-\frac{b}{2a}$ $\frac{4ac-b^2}{4a}$ $x = -\frac{b}{2a}$

3. (1) 上 上 低 $-\frac{b}{2a}$ $\frac{4ac-b^2}{4a}$

(2) 下 下 高 $-\frac{b}{2a}$ $\frac{4ac-b^2}{4a}$

(3) 正 负 原点

(4) y 轴 左 右

4. ① 两 两个不相等 ② 一 两个相等

③ 没有 没有

5. ① $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

② $y = a(x-h)^2 + k (a \neq 0)$ 直线 $x = h$

③ $y = a(x-x_1)(x-x_2) (a \neq 0) \geq$ 横

6. $>$ $<$ $>$ $>$ 有两个不相等的实数根

$-\frac{b}{2a}$ 函数

综合提升

1. A 2. B 3. C 4. D

5. $-2 \leq x \leq \frac{3}{2}$ 6. 3

7. 解: (1) \because 顶点为 $A(1, 2)$, \therefore 设抛物线 C 的表达式为 $y = a(x-1)^2 + 2$. \because 抛物线 C 经过原点, $\therefore 0 = a(0-1)^2 + 2$, $\therefore a = -2$, \therefore 抛物线 C 的表达式为 $y = -2x^2 + 4x$.

(2) \because 抛物线 C 经过原点, \therefore 设抛物线 C 的表达式为 $y = ax^2 + bx$. $\therefore h = -\frac{b}{2a}$, $\therefore b = -2ah$, $\therefore y = ax^2 - 2ahx$. \because 顶点 $A(h, k)$, $\therefore k = ah^2 - 2ah^2 = -ah^2$. \because 抛物线 $y = tx^2$ 也经过 $A(h, k)$, $\therefore k = th^2$, $\therefore th^2 = -ah^2$, $t = -a$.

11 二次函数(二)

知识梳理

一、2. 最大值 3. ① 表达式 ② 函数 ③ 图象及性质

二、分类讨论思想、数形结合思想、方程思想、转化化归思想

综合提升

1. C 2. C 3. A 4. 70

5. 解: (1) 易知苗圃园与墙平行的一边长为 $(30-2x)$ m. 依题意可列方程 $x(30-2x) = 72$, 即 $x^2 - 15x + 36 = 0$. 解得 $x = 3$ 或 $x = 12$. 当 $x = 3$ 时, 平行于墙的一边长大于 18 m, 舍去, 故 $x = 12$.

(2) 有最大值和最小值. 依题意, 得 $8 \leq 30-2x \leq 18$, 解得 $6 \leq x \leq 11$. 面积 $S = x(30-2x) = -2\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{2} (6 \leq x \leq 11)$. ① 当 $x = \frac{15}{2}$ 时, S 有最大值, $S_{\text{最大值}} = \frac{225}{2}$; ② 当 $x = 11$ 时, S 有最小值, $S_{\text{最小值}} = 11 \times (30-22) = 88$. 故这个苗圃园的面积的最大值为 $\frac{225}{2} \text{ m}^2$, 最小值为 88 m^2 .

(3) 令 $x(30-2x) = 100$, 得 $x^2 - 15x + 50 = 0$. 解得 $x_1 = 5, x_2 = 10$.

又 $30-2x \leq 18, x \geq 6$, $\therefore x$ 的取值范围是 $6 \leq x \leq 10$.

6. 解: (1) $6-x$ $5x+80$ 4 6

(2) 分三种情况: ① 当 $0 < x \leq 2$ 时, $w = (15x + 90)x + (5x + 80)(6-x) = 10x^2 + 40x + 480$;

② 当 $2 < x \leq 4$ 时, $w = (-5x + 130)x + (5x + 80)(6-x) = -10x^2 + 80x + 480$; ③ 当 $4 < x < 6$ 时, $w = (-5x + 130)x + 100(6-x) =$



$-5x^2 + 30x + 600$. 综上所述, $w =$

$$\begin{cases} 10x^2 + 40x + 480 (0 < x \leq 2), \\ -10x^2 + 80x + 480 (2 < x \leq 4), \\ -5x^2 + 30x + 600 (4 < x < 6). \end{cases}$$

(3) 当 $0 < x \leq 2$ 时, $w = 10x^2 + 40x + 480 = 10(x+2)^2 + 440$, 此时 $x = 2$ 时, $w_{\text{最大值}} = 600$; 当 $2 < x \leq 4$ 时, $w = -10x^2 + 80x + 480 = -10(x-4)^2 + 640$, 此时 $x = 4$ 时, $w_{\text{最大值}} = 640$; 当 $4 < x < 6$ 时, $w = -5x^2 + 30x + 600 = -5(x-3)^2 + 645$, 此时, $w < 640$, \therefore 当 $x = 4$ 时, $w_{\text{最大值}} = 640$. 故该公司每年国内、国外的销售量各为 4 万件、2 万件时, 可使公司每年的总利润最大, 最大值为 640 万元.

12 平面图形及其位置关系、视图与投影

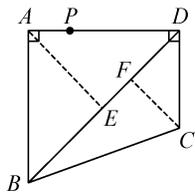
知识梳理

- 一、1. ①点 线 面 ②侧 上下底 侧 ③矩 扇 ④直 ⑤线段 ⑥相等 相等
2. ① $(n+2)$ $2n$ $3n$ n ② 2 2 ③ 60 60 0.5 6
- 二、1. ①有且只有 ②有且只有 ③同位角 内错角 同旁内角
2. ①直角 ②同位角 ③内错角 ④同旁内角 ⑤ $a \parallel b$ 3. 平行 相交
- 三、1. 长 高 宽

综合提升

1. B 2. B 3. C 4. A
5. $(90 - \frac{\alpha}{2})^\circ$ 6. 140°
7. 3. 3 m 8. 6
9. 解: 2 个.

理由: 如图, 过点 A 作 $AE \perp BD$ 于点 E, 过点 C 作 $CF \perp BD$ 于点 F, $\because \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$, $AB = AD = 3\sqrt{2}$, $CD = 2\sqrt{2}$, $\therefore \angle ABD = \angle ADB = 45^\circ$, $\therefore \angle CDF = 90^\circ - \angle ADB = 45^\circ$.



(第 9 题)

$\therefore \sin \angle ABD = \frac{AE}{AB}$, $\sin \angle BDC = \frac{CF}{DC}$,

$\therefore AE = AB \cdot \sin \angle ABD = 3\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ = 3 > \frac{5}{2}$, $CF = DC \cdot \sin \angle BDC = 2\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ = 2 < \frac{5}{2}$, \therefore 满足条件的点 P 有 2 个.

13 三角形

知识梳理

2. 大于 小于 稳定
3. ① 180° ② 等于 大于
4. ① 相同 ② 相等 相等
5. ① SAS ② ASA ③ AAS ④ SSS ⑤ HL
6. ① 相等 相等 ② 互相重合 三线合一 ③ 等腰 等腰三角形 相等 相等 60°
7. ① 两边 ② 两个角 ③ 三 ④ 60° ⑤ 60° 等腰
8. 90° 一半 9. 端点 点 10. 两边 直线

综合提升

1. D 2. B 3. D 4. B 5. 6 6. $\frac{3}{4}$
7. (1) 等腰三角形三线合一(或等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合) 角平分线上的点到角的两边的距离相等
- (2) 证明: $\because CA = CB$, $\therefore \angle A = \angle B$. $\therefore O$ 是



AB 的中点, $\therefore OA = OB$. $\because DF \perp AC, DE \perp BC, \therefore \angle AMO = \angle BNO = 90^\circ$. \therefore 在 $\triangle OMA$ 和

$$\triangle ONB \text{ 中 } \begin{cases} \angle A = \angle B, \\ \angle AMO = \angle BNO, \therefore \triangle OMA \cong \triangle ONB \\ OA = OB, \end{cases}$$

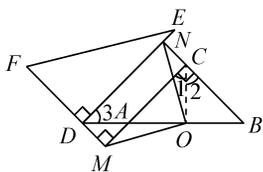
$\triangle ONB$ (AAS), $\therefore OM = ON$.

(3) 解: $OM = ON, OM \perp ON$. 理由如下: 如图, 连接 CO , 则 CO 是 AB 边上的中线. $\therefore \angle ACB = 90^\circ, \therefore OC = \frac{1}{2} AB = OB$. 又 $\because CA = CB,$

$\therefore \angle CAB = \angle B = 45^\circ, \angle 1 = \angle 2 = 45^\circ, \angle AOC = \angle BOC = 90^\circ, \therefore \angle 1 =$

$\angle 2 = \angle B. \therefore BN \perp DE, \therefore \angle BND = 90^\circ.$

又 $\because \angle B = 45^\circ, \therefore \angle 3 = 45^\circ, \therefore \angle 3 = \angle B,$



(第 7 题)

$\therefore DN = NB. \because \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle NCM = 90^\circ.$

又 $\because CM \perp FM, \therefore \angle DMC = 90^\circ, \therefore$ 四边形 $DMCN$ 是矩形, $\therefore DN = MC, \therefore MC = NB,$

$\therefore \triangle MOC \cong \triangle NOB$ (SAS), $\therefore OM = ON,$

$\angle MOC = \angle NOB, \therefore \angle MOC - \angle CON = \angle NOB - \angle CON,$ 即 $\angle MON = \angle BOC = 90^\circ,$

$\therefore OM \perp ON$.

14 多边形和平行四边形

知识梳理

一、1. $(n-3) (n-2) (n-2) \times 180^\circ$

$\frac{1}{2}n(n-3)$ 2. 360°

二、1. 平行 相等 相等 互补 互相平分

面积 中心 处处相等 底乘高 相等

2. 平行 相等 平行且相等 相等 互相平分

3. 平行于 第三边的一半

综合提升

1. D 2. A 3. D 4. B 5. ①②④ 6. $\frac{1}{9}$ 或 $\frac{4}{9}$

7. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AD \parallel BC, \therefore \angle EAO = \angle FCO$. 在 $\triangle OAE$ 与

$$\triangle OCF \text{ 中, } \begin{cases} \angle EAO = \angle FCO, \\ \angle AOE = \angle COF, \\ OA = OC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle OAE \cong \triangle OCF, \therefore OE = OF$, 同理 $OG = OH, \therefore$ 四边形 $EGFH$ 是平行四边形.

(2) 解: 与四边形 $AGHD$ 面积相等的平行四边形有 $\square GBCH, \square ABFE, \square EFCD, \square EGFH$.

15 特殊平行四边形(一)

知识梳理

一、1. 平行 相等 相等 互相平分 中心
平行 相等 相等 互相垂直平分 对角
中心 轴

2. ①平行 相等 ②平行 互相垂直 ③任意 相等

二、1. 平行 相等 相等 互相平分 中心
平行 相等 直角 相等且互相平分
中心 轴

2. ①平行 直 ②平行 相等 ③任意 直

三、1. 平行 相等 直角 相等且互相垂直
平分 中心 轴

2. ①菱 直 ②矩 相等 ③菱 矩

综合提升

1. C 2. D 3. B 4. B 5. 10

6. 解: (1) $AE = DF, AE \perp DF$. 理由: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore AD = DC, \angle ADC = \angle C =$

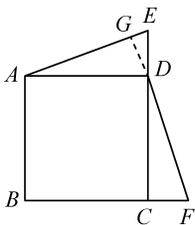


90° . $\because DE = CF, \therefore \triangle ADE \cong \triangle DCF. \therefore AE = DF, \angle DAE = \angle CDF$. 由于 $\angle CDF + \angle ADF = 90^\circ, \therefore \angle DAE + \angle ADF = 90^\circ. \therefore AE \perp DF$.

(2) 成立.

(3) 成立.

理由: 由(1)同理可证 $AE = DF, \angle DAE = \angle CDF$. 如图, 延长 FD 交 AE 于点 G , 则 $\angle CDF + \angle ADG = 90^\circ, \therefore \angle ADG + \angle DAE = 90^\circ. \therefore AE \perp DF$.

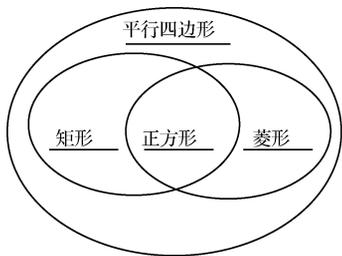


(第 6 题)

16 特殊平行四边形(二)

知识梳理

①



② 直角 相等 相等 直角 相等 直角

综合提升

1. C 2. C 3. D 4. B 5. $AC \perp BD$ (或 $\angle AOB = 90^\circ$ 或 $AB = BC$ 等)

6. 24

7. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore CF \parallel ED, \therefore \angle FCG = \angle EDG. \because G$ 是 CD

的中点, $\therefore CG = DG$, 在 $\triangle FCG$ 和 $\triangle EDG$ 中,

$$\begin{cases} \angle FCG = \angle EDG, \\ CG = DG, \\ \angle CGF = \angle DGE, \end{cases} \therefore \triangle FCG \cong \triangle EDG$$

(ASA), $\therefore FG = EG. \because CG = DG, \therefore$ 四边形 $CEDF$ 是平行四边形.

(2) ① 解: 当 $AE = 3.5$ cm 时, 平行四边形 $CEDF$ 是矩形. 理由: 过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M (图略). $\because \angle B = 60^\circ, AB = 3$ cm, $\therefore BM = 1.5$ cm. \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore \angle CDA = \angle B = 60^\circ, DC = AB = 3$ cm, $BC = AD = 5$ cm. $\because AE = 3.5$ cm, $\therefore DE = 1.5$ cm =

$$BM. \text{ 在 } \triangle MBA \text{ 和 } \triangle EDC \text{ 中, } \begin{cases} BM = DE, \\ \angle B = \angle CDA, \\ AB = CD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle MBA \cong \triangle EDC$ (SAS),

$\therefore \angle CED = \angle AMB = 90^\circ. \therefore$ 四边形 $CEDF$ 是平行四边形, \therefore 四边形 $CEDF$ 是矩形.

② 2 cm

17 轴对称、平移和旋转(一)

知识梳理

一、1. 完全重合 对称轴 对称点

2. 部分 轴对称图形

3. 全等 相等 相等 垂直平分

4. 垂直平分线

二、1. 方向 距离

2. 形状 大小 全等

3. 平行 相等 相等 平行 相等

综合提升

1. D 2. D 3. 18 cm 4. 3

5. (1) 证明: 由题意可得 $\triangle ABD \cong \triangle ABE$,

$\triangle ACD \cong \triangle ACF$, $\therefore \angle DAB = \angle EAB$, $\angle DAC = \angle FAC$. 又 $\because \angle BAC = 45^\circ$, $\therefore \angle EAF = 90^\circ$. 又 $\because AD \perp BC$, $\therefore \angle E = \angle ADB = 90^\circ$, $\angle F = \angle ADC = 90^\circ$. 又 $\because AE = AD$, $AF = AD$, $\therefore AE = AF$, \therefore 四边形 $AEGF$ 是正方形.

(2) 解: 由 $AD = x$, 得 $AE = EG = GF = x$. $\because BD = 2, DC = 3$, $\therefore BE = 2, CF = 3$, $\therefore BG = x - 2, CG = x - 3$. 在 $\text{Rt}\triangle BGC$ 中, $BG^2 + CG^2 = BC^2$, $\therefore (x - 2)^2 + (x - 3)^2 = 5^2$, 化简得 $x^2 - 5x - 6 = 0$, 解得 $x_1 = 6, x_2 = -1$ (舍去), $\therefore x = 6$.

18 轴对称、平移和旋转(二)

知识梳理

- ① 绕一个定点, 沿某个方向旋转一定角度
旋转中心 旋转角 大小 形状 ② 中心
方向 旋转角 ③ 全等 相等 相等 相同
旋转 相等 相等
- ① 180° 重合 对称中心 ② 180° 另一个图形 对称中心
③ 对称中心 平分

综合提升

- B 2. C 3. B 4. B 5. $2\pi + 2$
- (1) 证明: $\because \triangle ABC$ 是等腰三角形, $\therefore AB = BC, \angle A = \angle C$. \therefore 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 B 逆时针旋转 α 度到 $\triangle A_1BC_1$ 的位置, $\therefore A_1B = AB = BC, \angle A = \angle A_1 = \angle C, \angle A_1BD = \angle CBC_1$.

在 $\triangle BCF$ 与 $\triangle BA_1D$ 中, $\begin{cases} \angle C = \angle A_1, \\ BC = A_1B, \\ \angle CBF = \angle A_1BD, \end{cases}$

$\therefore \triangle BCF \cong \triangle BA_1D$.

- (2) 解: 四边形 A_1BCE 是菱形. 理由如下:
 \because 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 B 逆时针旋转 α 度到

$\triangle A_1BC_1$ 的位置, $\therefore \angle A_1 = \angle A$. $\because \angle ADE = \angle A_1DB$, $\therefore \angle AED = \angle A_1BD = \alpha$. $\therefore \angle DEC = 180^\circ - \alpha$. $\because \angle C = \alpha$, $\therefore \angle A_1 = \alpha$, $\therefore \angle A_1BC = 360^\circ - \angle A_1 - \angle C - \angle A_1EC = 180^\circ - \alpha$, $\therefore \angle A_1 = \angle C = \alpha, \angle A_1BC = \angle A_1EC = 180^\circ - \alpha, \angle A_1 + \angle A_1BC = 180^\circ, \angle C + \angle A_1EC = 180^\circ$, $\therefore A_1E \parallel BC, A_1B \parallel EC$, \therefore 四边形 A_1BCE 是平行四边形. 又 $\because A_1B = BC$, \therefore 四边形 A_1BCE 是菱形.

19 相似图形(一)

知识梳理

1. 成比例线段 比例线段
- ① bc $\frac{c}{a}$ ② $\frac{c+d}{d}$ $\frac{c-d}{d}$ ③ k
- $\frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ $a : b : c$
- ad
- $\frac{BC}{AC} = 0.618$

1. 对应 2. 对应

综合提升

- B 2. B 3. D 4. C 5. 8 6. ②③④
- 解: (1) $2\sqrt{5}$ cm
(2) 题图④中的黄金矩形: 矩形 $BCDE$ 和矩形 $MNDE$. 理由如下: $\because AD = 2\sqrt{5}, AN = AC = 2$, $\therefore CD = 2\sqrt{5} - 2, ND = 2\sqrt{5} + 2, \therefore \frac{CD}{BC} = \frac{2\sqrt{5}-2}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 故矩形 $BCDE$ 是黄金矩形.
 $\therefore \frac{MN}{ND} = \frac{4}{2\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 故矩形 $MNDE$ 是黄金矩形.



20 相似图形(二)

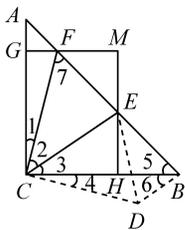
知识梳理

- 一、1. 各角 各边对应
二、1. 相等 成比例
2. 相等 成比例 相似比 相似比 相似比
相似比 相似比的平方 $\triangle ABC \sim \triangle A_2 B_2 C_2$
3. ①两角 ②三边 ③两边 夹角 ④斜边
和一条直角边

综合提升

1. C 2. A 3. D 4. D 5. 25

6. (1) 证明: $\because \angle ACB = 90^\circ$,
 $AC = BC$, $\therefore \angle A = \angle B = 45^\circ$.
 $\therefore \angle CFB = \angle ACF + \angle A = \angle ACF + 45^\circ$,
 $\angle ACE = \angle ACF + \angle ECF = \angle ACF + 45^\circ$,
 $\therefore \angle CFB = \angle ACE$, (第6题)



$\therefore \triangle ACE \sim \triangle BFC$.

(2) 解: $EF^2 = AF^2 + BE^2$. 理由如下: $\because AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle A = \angle ABC = 45^\circ$. 将 $\triangle ACF$ 顺时针旋转 90° 至 $\triangle BCD$, 如图所示, 则 $CF = CD$, $\angle 1 = \angle 4$, $\angle A = \angle 6 = 45^\circ$, $BD = AF$. $\therefore \angle 2 = 45^\circ$, $\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 3 = 45^\circ$, $\therefore \angle DCE = \angle 2$.

在 $\triangle ECF$ 和 $\triangle ECD$ 中, $\begin{cases} CF = CD, \\ \angle 2 = \angle DCE, \\ CE = CE, \end{cases}$

$\therefore \triangle ECF \cong \triangle ECD$ (SAS),

$\therefore EF = DE$.

$\therefore \angle 5 = \angle 6 = 45^\circ$, $\therefore \angle EBD = 90^\circ$, $\therefore DE^2 = BD$

$^2 + BE^2$, 即 $EF^2 = AF^2 + BE^2$.

21 相似图形的应用(一)

知识梳理

- 一、1. 高度 影长 反射角
二、1. 位似多边形 位似中心
2. 相似比 3. 两侧
4. 位似变换 5. $kx \quad ky \quad -kx \quad -ky$

综合提升

1. D 2. D 3. B 4. 4.5 5. $(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})$

6. 解: (1) ①(5,6) ②1:2

(2) $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为 1:2,

$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{1}{4}$. 又 $\because \triangle ABC$ 的面积为 m ,

$\therefore \triangle A'B'C'$ 的面积为 $4m$.

7. 解: 过点 D 作 $DG \perp AB$ 于点 G , 交 EF 于点 H (图略), 则 $EH = AG = CD = 1.2$ m, $DH = CE = 0.8$ m, $DG = CA = 30$ m. $\because EF \parallel AB$,

$\therefore \frac{FH}{BG} = \frac{DH}{DG}$. 又 $FH = EF - EH = 1.7 - 1.2 =$

0.5 (m), $\therefore \frac{0.5}{BG} = \frac{0.8}{30}$, $\therefore BG = 18.75$ m,

$\therefore AB = BG + AG = 19.95$ m ≈ 20.0 m.

22 相似图形的应用(二)

知识梳理

基本模型一: $\triangle ADE \quad \triangle ABC$

基本模型二: $\triangle AED \quad \triangle ACB$

基本模型三: $\triangle AOB \quad \triangle DOC$

基本模型四: $\triangle ACD \quad \triangle ABC$

基本模型五: $\text{Rt}\triangle ACB \quad \text{Rt}\triangle ADC \quad \text{Rt}\triangle CDB$

基本模型六: $\triangle AOB \quad \triangle COD$

基本模型七: $\triangle EAD \sim \triangle CBE$

综合提升

1. D 2. B 3. C 4. 4

5. 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = 5$, 由题意知 $AP = 5 - t, AQ = 2t$. 当 $PQ \parallel BC$ 时, $\triangle AQP \sim \triangle ACB, \therefore \frac{AQ}{AC} = \frac{AP}{AB}, \therefore \frac{2t}{4} = \frac{5-t}{5}$, 解得 $t = \frac{10}{7}, \frac{10}{7} < 2$. 当 $PQ \perp AB$ 时, $\triangle APQ \sim \triangle ACB, \therefore \frac{AQ}{AB} = \frac{AP}{AC}, \therefore \frac{2t}{5} = \frac{5-t}{4}$, 解得 $t = \frac{25}{13}, \frac{25}{13} < 2. \therefore$ 当 $t = \frac{10}{7}$ 或 $t = \frac{25}{13}$ 时, 以 A, P, Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似.

6. 证明: 过点 C 作 $CG \parallel AB$ 交 DF 于点 G (图略). $\because D$ 为 AB 的中点, $\therefore AD = BD. \because CG \parallel AB, \therefore \triangle BDF \sim \triangle CGF, \triangle ADE \sim \triangle CGE, \therefore \frac{BF}{CF} = \frac{BD}{CG}, \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{CG}, \therefore \frac{BF}{CF} = \frac{AE}{EC}$.

23 锐角三角函数

知识梳理

1. ①正弦 $\sin \sin \frac{a}{c}$ ②余弦 \cos

$\cos \frac{b}{c}$ ③正切 $\tan \tan \frac{a}{b}$

2.

角 α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

3. ① \cos ② \sin

4. ① 增大 ② 减小 ③ 增大

5. 0 1 0 1 > 0

6. = $<$ $>$

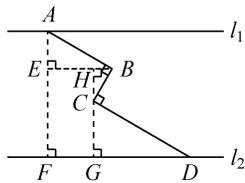
综合提升

1. A 2. C 3. A 4. C 5. 182 m

6. 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$. 又 $\because AC = 8, \therefore AB = 10, BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$. 又 $\because BD = BC - CD, CD = 2, \therefore BD = 6 - 2 = 4$.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = 2\sqrt{17}, \cos \angle DAC = \frac{AC}{AD} = \frac{8}{2\sqrt{17}} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$.

7. 解: 如图, 过点 A, C 分别作 l_2 的垂线, 分别交 l_2 于点 F, G , 过点 B 作 l_1 的平行线, 交 GC 的延长线于点 H , 交 AF 于点 E . 在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中, $\angle ABE = 30^\circ, AB = 20, \therefore AE = AB \times \sin 30^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10$. 在 $\text{Rt}\triangle BHC$ 中, $\angle HBC = 60^\circ, BC = 10, \therefore CH = BC \times \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$. 在 $\text{Rt}\triangle CGD$ 中, $\angle CDG = 30^\circ, CD = 30, \therefore CG = CD \times \sin 30^\circ = 30 \times \frac{1}{2} = 15. \therefore AF = AE + EF = AE + CH + CG = (25 + 5\sqrt{3}) \text{ km}$, 即两高速公路间的距离为 $(25 + 5\sqrt{3}) \text{ km}$.



(第7题)



24 解直角三角形(一)

知识梳理

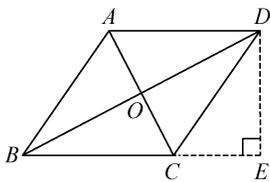
1. ① $a^2+b^2=c^2$ ② $\angle A+\angle B=90^\circ$ ③ B

$$A \quad \frac{a}{b} \quad \frac{b}{a}$$

综合提升

1. C 2. B 3. A 4. $\frac{6}{5}\sqrt{3}$

5. 解:如图,过点 D 作 $DE \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 E , 则 $\angle E=90^\circ$.



(第 5 题)

$$\therefore \sin \angle DBC = \frac{DE}{BD} =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}, BD = 2\sqrt{6},$$

$$\therefore DE = 2\sqrt{2}, \therefore CD = 3, \therefore CE = \sqrt{CD^2 - DE^2} = 1,$$

$$BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = 4, \therefore BC = 3,$$

$$\therefore BC = CD, \therefore \angle CBD = \angle CDB. \therefore BD \text{ 平分}$$

$$\angle ABC, \therefore \angle ABD = \angle DBC, \therefore \angle ABD =$$

$$\angle CDB, \therefore AB \parallel CD. \text{ 同理 } AD \parallel BC, \therefore \text{ 四边形}$$

$ABCD$ 是菱形. 设 AC 交 BD 于点 O , 则 $AC \perp$

$$BD, AO = CO, BO = DO = \sqrt{6}, \therefore OC =$$

$$\sqrt{BC^2 - BO^2} = \sqrt{3}, \therefore AC = 2\sqrt{3}.$$

6. 解: (1) $\because \angle ACB = 90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的

中线, $\therefore CD = BD, \therefore \angle B = \angle BCD. \therefore AE \perp$

$CD, \therefore \angle CAH + \angle ACH = 90^\circ$. 又 $\angle ACB =$

$90^\circ, \therefore \angle BCD + \angle ACH = 90^\circ, \therefore \angle B =$

$\angle BCD = \angle CAH$, 即 $\angle B = \angle CAH. \therefore AH =$

$2CH, \therefore$ 由勾股定理得 $AC = \sqrt{5}CH, \therefore CH :$

$$AC = 1 : \sqrt{5}, \therefore \sin B = \sin \angle CAH = \frac{CH}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$(2) \because \sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}, \therefore AC : AB = 1 : \sqrt{5}.$$

$\therefore AB = 2CD = 2\sqrt{5}, \therefore AC = 2$. 由 (1) 得

$\sin \angle CAH = \frac{CE}{AE} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 设 $CE = x (x > 0)$, 则

$AE = \sqrt{5}x$, 则 $x^2 + 2^2 = (\sqrt{5}x)^2$, 解得 $x = 1$ (负

值已舍去), $\therefore CE = x = 1$. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中,

$$AC^2 + BC^2 = AB^2. \therefore AB = 2CD = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 4, \therefore BE = BC - CE = 3.$$

25 解直角三角形(二)

知识梳理

1. 仰角 俯角 2. 坡度(或坡比) 坡角 $\frac{h}{l}$

3. 方向角

综合提升

1. C 2. A 3. C 4. $80\sqrt{3}$ m

5. 解: 在 $\text{Rt} \triangle ACO$ 中, $\sin 75^\circ = \frac{OC}{OA} = \frac{OC}{40}$, 解

得 $OC = 40 \sin 75^\circ$. 在 $\text{Rt} \triangle BCO$ 中, $\tan 30^\circ =$

$$\frac{OC}{BC} = \frac{40 \sin 75^\circ}{BC}, \text{ 解得 } BC = \frac{40 \sin 75^\circ}{\tan 30^\circ} \approx 67.$$

\therefore 该台灯照亮水平面的宽度 BC 大约是 67 cm.

6. 解: 如图, 作 $AD \perp$

BC 于点 D , BH 垂直

水平线于点 H . 由题

意得 $\angle ACH = 75^\circ$,

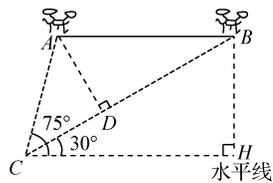
$\angle BCH = 30^\circ, AB \parallel$

$CH, \therefore \angle ABC = 30^\circ, \angle ACB = 45^\circ.$

$\therefore AB = 4 \times 8 = 32$ (m), $AD = AB \sin 30^\circ = 16,$

$\therefore AD = CD = 16$ m, $BD = AB \cdot \cos 30^\circ = 16\sqrt{3}$ m,

$\therefore BC = BD + CD = (16\sqrt{3} + 16)$ m, 则 $BH = BC \cdot$



(第 6 题)

$\sin 30^\circ = (8\sqrt{3} + 8)m$.

26 圆的认识

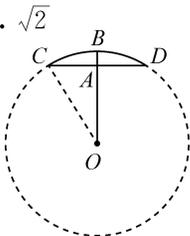
知识梳理

- (1)平分 平分 弧 (2)平分 平分 弧
- 圆心角 弧 弦
- ①一半 ②相等 ③直角 圆周 90°
④互补
- 三个 外 三边垂直平分线 斜边中点处
内 外 顶点 垂线 中

综合提升

1. A 2. A 3. B 4. 8 cm 5. $\sqrt{2}$

6. 解: 1 10 如图, 连接 CO , $\because BO \perp CD$, $\therefore CA = \frac{1}{2}CD = 5$ 寸. 设 $CO = OB = x$ 寸, 则 $AO = (x - 1)$ 寸. 在 $Rt\triangle CAO$ 中, $\angle CAO = 90^\circ$,



(第 6 题)

$\therefore AO^2 + CA^2 = CO^2$. $\therefore (x - 1)^2 + 5^2 = x^2$, 解得 $x = 13$, $\therefore \odot O$ 的直径为 26 寸.

27 与圆有关的位置关系

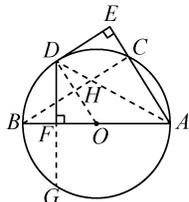
知识梳理

- ① $<$ ② $=$ ③ $>$ 2. $<$ $=$ $>$
- 外端 垂直于
- ③垂直 圆心和切点 ④切点 ⑤圆心
- 一 内 角平分线 三边 顶点 垂 相 等 夹角

综合提升

1. A 2. D 3. D 4. C 5. C 6. B 7. $3 < r < 5$

8. 解: (1) DE 与 $\odot O$ 相切. 证明: 如图, 连接 OD, AD , \because 点 D 是 \widehat{BC} 的中点, $\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD}$, $\therefore \angle DAO = \angle DAC$. $\because OA = OD$, $\therefore \angle DAO = \angle ODA$, $\therefore \angle DAC = \angle ODA$, $\therefore OD \parallel AE$.



$\because DE \perp AC$, $\therefore DE \perp OD$, $\therefore DE$ 与 $\odot O$ 相切.

(2) 如图, 连接 BC 交 OD 于点 H , 延长 DF 交 $\odot O$ 于点

(第 8 题)

G , 由垂径定理可得 $OH \perp BC$, $\widehat{BG} = \widehat{BD} = \widehat{DC}$, $\therefore \widehat{DG} = \widehat{BC}$, $\therefore DG = BC$, \therefore 弦心距 $OH = OF = 4$. $\because AB$ 是直径, $\therefore BC \perp AC$, $\therefore OH \parallel AC$, $\therefore OH$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore AC = 2OH = 8$.

28 与圆有关的计算

知识梳理

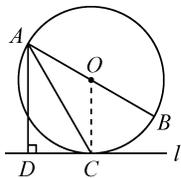
- ① $2\pi r$ ② $\frac{n\pi r}{180}$ 2. ① πr^2 ② $\frac{n\pi r^2}{360}$
③ $\frac{1}{2}lr$ 3. $-$ 4. ① $\frac{1}{2}\pi r^2$ ② $-$ ③ $+$

综合提升

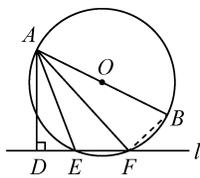
- C 2. C 3. B 4. 2π cm 5. 9 6. 9π
- 证明: (1) 如图①, 连接 OC , \because 直线 l 与 $\odot O$ 相切于点 C , $\therefore OC \perp CD$. 又 $\because AD \perp CD$, $\therefore AD \parallel OC$, $\therefore \angle DAC = \angle ACO$. 又 $\because OA = OC$, $\therefore \angle ACO = \angle CAO$, $\therefore \angle DAC = \angle CAO$, 即 AC 平分 $\angle DAB$.
- (2) 如图②, 连接 BF , $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle AFB = 90^\circ$, $\therefore \angle BAF = 90^\circ - \angle B$. 又 \because 在 $\odot O$ 中, 四边形 $ABFE$ 是圆的内接四边



形, $\therefore \angle AEF + \angle B = 180^\circ$. $\because \angle AEF = \angle ADE + \angle DAE = 90^\circ + \angle DAE$, $\therefore \angle DAE + \angle B = 90^\circ$, $\therefore \angle BAF = \angle DAE$.



图①



图②

(第 7 题)

29 统计(一)

知识梳理

一、1. ①全体对象 ②部分个体

2. ①全体 ②个体 ③次数 ④比值

二、1. ① $\frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

② $\frac{1}{n}(x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_k f_k)$

③ $\overline{x'} + a$

2. ①奇数 ②最中间 ③偶数 ④两个数 ⑤最多

三、1. 差 2. 平均数 3. 稳定 4. 越大

综合提升

1. B 2. B 3. C 4. C

5. 解:(1)甲同学的成绩按从小到大的顺序排列:89,90,90,93,中位数为90;乙同学的成绩按从小到大的顺序排列:86,92,94,94,中位数为 $(92+94) \div 2 = 93$. \therefore 甲同学成绩的中位数是90分,乙同学成绩的中位数是93分.

(2) $3+3+2+2=10$,

甲同学: $90 \times \frac{3}{10} + 93 \times \frac{3}{10} + 89 \times \frac{2}{10} + 90 \times \frac{2}{10} = 27 + 27.9 + 17.8 + 18 = 90.7$ (分),

乙同学: $94 \times \frac{3}{10} + 92 \times \frac{3}{10} + 94 \times \frac{2}{10} + 86 \times \frac{2}{10} = 28.2 + 27.6 + 18.8 + 17.2 = 91.8$ (分).

\therefore 甲同学的数学综合素质成绩为90.7分,乙同学的数学综合素质成绩为91.8分.

6. 解:(1)繁星组总分为 $80 \times 10\% + 50 \times 30\% + 40 \times 20\% + 70 \times 40\% = 59$ (分).

(2)设课堂展示所占百分比为 x ,互动点评所占百分比为 y . 由题意得,

$$\begin{cases} \frac{29}{2} + 80x + 90y = 64.5, \\ \frac{29}{2} + 95x + 85y = 69.5, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x = 0.4, \\ y = 0.2, \end{cases}$$

\therefore 繁星组得分为 $29 + 50 \times 40\% + 40 \times 20\% = 57$ (分). $\because 57 \text{ 分} < 60 \text{ 分}$, \therefore 繁星组不能获得优秀小组称号.

30 统计(二)

知识梳理

1. 条形 扇形 折线 具体数目 百分比 变化情况

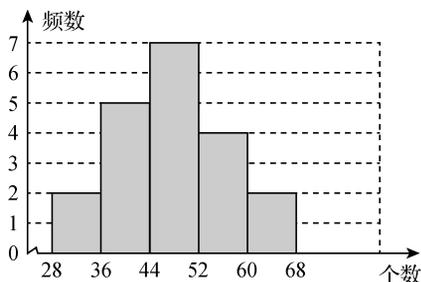
综合提升

1. D 2. D 3. C 4. 4

5. 解:(1)47 49.5 60

(2)根据题意填表依次为5,7,4.

频数直方图如下:



(第 5 题)

(3)此大棚中西红柿的长势普遍较好,最少都有 28 个;西红柿个数最集中的株数在第三组,共 7 株;西红柿的个数分布合理,中间多,两端少.(答案不唯一,合理即可)

31 概率

知识梳理

一、1. 必然 2. 不可能 3. 随机 4. 概率

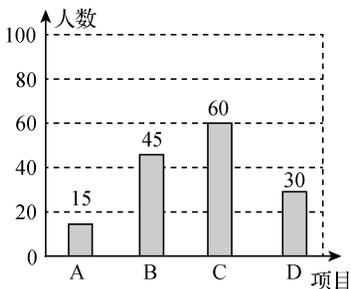
综合提升

1. B 2. D 3. C 4. C 5. B 6. $\frac{5}{13}$ 7. $\frac{1}{6}$

8. 解:(1)根据题意得本次调查总人数为 $15 \div 10\% = 150$,

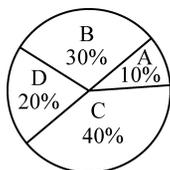
所以本次调查中喜欢“跑步”的学生人数是 $150 - 15 - 45 - 30 = 60$,所占百分比是 $\frac{60}{150} \times$

$100\% = 40\%$. 补充如图:



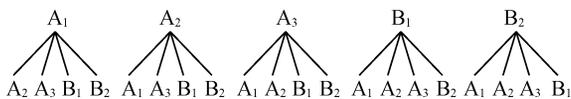
图①

(第 8 题)



图②

(2)用 A_1, A_2, A_3 分别表示 3 名女生, B_1, B_2 表示 2 名男生,画树状图如下:



图③

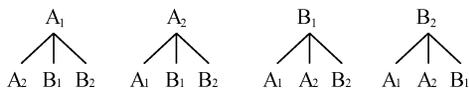
(第 8 题)

共有 20 种等可能的情况,同性别学生的情况有 8 种,则刚好抽到同性别学生的概率是 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

9. 解:(1)由题意可得, $a = 20 - 2 - 7 - 2 = 9$,即 a 的值是 9.

(2)由题意可得,分数在 $8 \leq m < 9$ 内所对应的扇形的圆心角是 $360^\circ \times \frac{9}{20} = 162^\circ$.

(3)由题意可得,所有的可能结果如图所示,故第一组中至少有 1 名选手被选中的概率是 $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.



(第 9 题)