

参考答案

数学(人教版) 八年级上册

第十三章 三角形

13.1 三角形的概念

【课堂导学】

任务一

问题1 三条线段首尾顺次相接

问题2 (1)线段 公共端点 相邻两边

(2) $\triangle ABC$

(3) AB BC CA A B C $\angle A$ $\angle B$ $\angle C$ a b c

(4) BCA CAB ACB (答案不唯一)

[即时测评]

(1)4 $\triangle ABC$, $\triangle EBG$, $\triangle AEF$, $\triangle CGF$

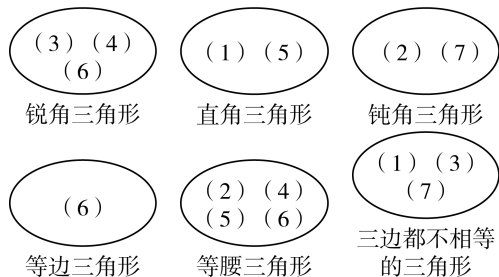
(2)点 B , G , E BE , EG , BG $\angle B$, $\angle BEG$, $\angle BGE$

(3) EF 点 E

(4) ABC AB

任务二

探究1 解:如图所示.



探究2 $\triangle ABC$ AC 和 BC AB $\angle ACB$ $\triangle BCD$ CB 和 CD BD $\angle BCD$ $\triangle ACD$ CA 和 CD AD $\angle ACD$

[归纳总结] (1)锐角 直角 钝角

(2)等腰 等边

(3)相等 另一边 两腰 腰和底边

[即时测评]

B

任务三

例 解:(1)图中有 $\triangle ADE$, $\triangle ECB$, $\triangle ABE$, $\triangle ABD$, $\triangle ABC$, 共5个三角形.

(2) $\angle AED$ 是 $\triangle AED$ 的角, $\angle DBC$ 是 $\triangle EBC$ 的角.

(3) AE 是 $\triangle AED$ 和 $\triangle AEB$ 的公共边, AB 是 $\triangle ABD$, $\triangle ABE$ 和 $\triangle ABC$ 的公共边, 图中还有 $\triangle EBC$ 和 $\triangle ABE$ 有公共边, $\triangle ABC$ 和 $\triangle EBC$ 有公共边, $\triangle ABD$ 和 $\triangle ADE$ 有公共边.

(4) $\angle D$ 是 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ADB$ 的公共角, 图中还有 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EBC$ 有公共角, $\triangle ABD$ 和 $\triangle AEB$ 有公共角, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABE$ 有公共角.

【课堂小结】

三 首尾顺次相接 直角 钝角 等边

【课后评价】

1. B 2. C 3. D 4. C 5. C

6. ③⑤ ①④⑥ ②⑦

7. B 8. B 9. D

10. EC $\angle ACE$

11. $\angle A = 60^\circ$ (答案不唯一)

12. 略

13. 解:(1)可以画的三角形分别有 $\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle ABE$, $\triangle ACD$, $\triangle ACE$, $\triangle ADE$, $\triangle BCD$, $\triangle BCE$, $\triangle BDE$, $\triangle CDE$, 共10个.

(2)以 AB 为一边的三角形有 $\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle ABE$, 共3个.以 C 为顶点的三角形有 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$, $\triangle ACE$, $\triangle BCD$, $\triangle BCE$, $\triangle CDE$, 共6个.

(3)锐角三角形: $\triangle ADE$.

直角三角形:答案不唯一, 如 $\triangle BDE$.

钝角三角形:答案不唯一, 如 $\triangle ABC$.

13.2 与三角形有关的线段

第1课时 三角形的边

【课堂导学】

任务一

探究1 解:任意两边长之和大于第三边长.

探究2 解:任意两边长之差小于第三边长.

探究3 解:(1) $3.2+2.1>5$, 因而能组成三角形.

(2) $2+2=4$, 因而不能组成三角形.

(3) $1+4>4$, 因而能组成三角形.

新知生成 (1)大于 (2)小于

[即时测评]

2 12 0 16

任务二

例 解:(1)第一段的长不能为3 cm.理由如下:

根据题意, 得第一段长 a cm, 则第二段长 $(3a-2)$ cm, 第三段长 $[12-a-(3a-2)]=(14-4a)$ cm.

当 $a=3$ 时, $3a-2=7$, $14-4a=2$.

$\because 3+2<7$, $\therefore$ 三段木棒不能制作一个三角形木框.

$\therefore$ 第一段的长不能为3 cm.

(2)设 $CP=x$ cm, 则 $PD=(8-x)$ cm.

$\because AB$, CP , PD 能组成三角形, $\therefore x+4>8-x$ 且 $4+8-x>x$,

解得 $2<x<6$. $\therefore$ 整数 x 为3或4或5,

即符合条件的 CP 的整数长度为3 cm或4 cm或5 cm.

[即时测评]

15 或 18

任务三

探究1 2 3 $n-3$

探究2 9

探究3 21

[即时测评]

A

【课堂小结】

大于 小于

【课后评价】

1. A 2. B 3. B

4. 26(答案不唯一) 5. $3<a<11$ 6. 15 或 17 7. C

8. 三角形具有稳定性 9. B 10. C 11. 7

12. 略 13. 略 14. 略

15. 解: (1) $\because a, b, c$ 是 $\triangle ABC$ 的三边, $a=6, b=8$,
 $\therefore 2 < c < 14$.
 $\because$ 三角形的周长是小于 22 的偶数,
 $\therefore 2 < c < 8$. $\therefore c$ 的值为 4 或 6.
 (2) $|a+b-c| + |c-a-b|$
 $= a+b-c-c+a+b$
 $= 2a+2b-2c$.

第 2 课时 三角形的中线、角平分线、高

【课堂导学】

任务一

问题 1 (1) 中点 (2) 2 (3) 一点 内部

问题 2 解: $\because CD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, $\therefore AD=BD$.

$\therefore \triangle ACD$ 的周长 $= AC+CD+AD$, $\triangle BCD$ 的周长 $= BC+CD+BD$,

$\therefore \triangle ACD$ 的周长 $- \triangle BCD$ 的周长 $= (AC+CD+AD) - (BC+CD+BD) = AC-BC = 9-3 = 6(\text{cm})$,

即 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 的周长之差是 6 cm.

$\because \triangle ACD$ 的边 AD 上的高与 $\triangle BCD$ 的边 BD 上的高相等, 且 $AD=BD$,

$\therefore \triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 的面积相等, 即面积之差为 0.

[即时测评]

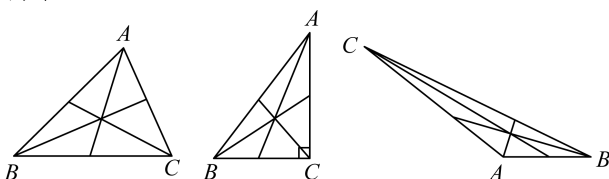
C

任务二

问题 1 解: 三条.

问题 2 解: 三条角平分线相交于一点.

问题 3 解: 如图所示, 三条角平分线的交点在三角形内部.



[即时测评]

D

任务三

例 解: (1) BE AD (2) BD (3) BE

(4) FD (5) BD AE

[即时测评]

A

【课堂小结】

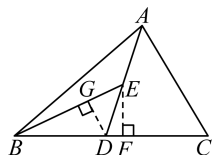
三条中线的交点 两条高是直角边 一 两

【课后评价】

1. B 2. B 3. = 4. C 5. 2 ABC

6. B 7. D 8. D 9. C 10. 6 11. 略 12. 略

13. 解: (1) 如图, EF, DG 即为所求.



(2) $\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的中线, BE 为 $\triangle ABD$ 的中线,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}, S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD}.$$

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} \times 40 = 10.$$

$$\therefore BD = 5,$$

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} BD \cdot EF = \frac{1}{2} \times 5 EF = 10.$$

$$\therefore EF = 4,$$

即 $\triangle BED$ 中边 BD 上的高 EF 为 4.

13.3 三角形的内角与外角

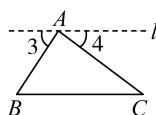
第 1 课时 三角形的内角

【课堂导学】

任务一

问题 1 解: 两直线平行, 同位角相等; 两直线平行, 内错角相等; 平角定义.

问题 2 证明: 如图, 过点 A 作直线 $l \parallel BC$,



$$\therefore \angle 3 = \angle B, \angle 4 = \angle C.$$

$$\therefore \angle BAC + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ, \therefore \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ.$$

新知生成 180°

[即时测评]

1. B 2. 30°

任务二

问题 1 (1) 互余 (2) 互余

问题 2 (1) 证明: $\because \angle C = 90^\circ, \therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$.

$$\therefore \angle ADE = \angle B, \therefore \angle A + \angle ADE = 90^\circ.$$

$\therefore \triangle ADE$ 是直角三角形.

(2) 解: $\because \angle C = 90^\circ, \angle A = 40^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle C - \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ.$$

$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线,

$$\therefore \angle DBA = \frac{1}{2} \angle ABC = 25^\circ.$$

$$\therefore \angle ADB = 180^\circ - \angle A - \angle DBA = 180^\circ - 40^\circ - 25^\circ = 115^\circ.$$

[即时测评]

1. B 2. C

任务三

探究 1 解: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 70^\circ, \angle C = 34^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 70^\circ - 34^\circ = 76^\circ.$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAC, \therefore \angle EAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 76^\circ = 38^\circ.$$

$$\because AD \perp BC, \therefore \angle ADC = 90^\circ. \therefore \angle DAC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ.$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DAC - \angle EAC = 56^\circ - 38^\circ = 18^\circ.$$

探究 2 解: $\angle B, \angle C, \angle DAE$ 之间的数量关系为

$$\angle DAE = \frac{1}{2} (\angle B - \angle C). \text{ 证明如下:}$$

$$\because \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C, AE \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle B - \angle C) = 90^\circ -$$

$$\frac{1}{2} \angle B - \frac{1}{2} \angle C.$$

$$\because AD \perp BC, \therefore \angle ADC = 90^\circ. \therefore \angle DAC = 90^\circ - \angle C.$$

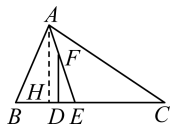
$$\therefore \angle DAE = \angle DAC - \angle EAC = 90^\circ - \angle C - \left(90^\circ - \frac{1}{2} \angle B - \frac{1}{2} \angle C \right) = \frac{1}{2} (\angle B - \angle C).$$

探究 3 解: $\angle DFE, \angle B, \angle C$ 之间的数量关系为

$$\angle DFE = \frac{1}{2} (\angle B - \angle C). \text{ 证明如下:}$$

分两种情况: ① 如图, 当点 F 在 AE 上时, 作 $AH \perp BC$

于点 H .

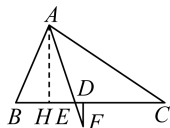


由探究 2, 得 $\angle HAE = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$.

$\because AH \perp BC, FD \perp BC, \therefore AH \parallel FD$.

$\therefore \angle DFE = \angle HAE, \therefore \angle DFE = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$.

②如图, 当点 F 在 AE 的延长线上时, 作 $AH \perp BC$ 于点 H .



由探究 2, 得 $\angle HAE = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$.

$\because AH \perp BC, FD \perp BC, \therefore AH \parallel FD$.

$\therefore \angle DFE = \angle HAE, \therefore \angle DFE = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$.

综上所述, $\angle DFE, \angle B, \angle C$ 之间的数量关系为 $\angle DFE = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$.

[即时测评]

50°

【课堂小结】

互余 互余

【课后评价】

1. D 2. C 3. 60° 4. 35° 5. A 6. C

7. 略 8. 70° 9. 37° 10. 45° 和 45° 或 30° 和 60°

11. 略 12. 略

13. 解: (1) $\because \angle B = 30^\circ, \angle C = 50^\circ,$

$\therefore \angle CAB = 180^\circ - \angle B - \angle C = 100^\circ.$

$\because AE$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle CAB = 50^\circ.$

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ.$

$\therefore \angle CAD = 90^\circ - \angle C = 40^\circ.$

$\therefore \angle DAE = \angle CAE - \angle CAD = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ.$

(2) ① $\because \angle B = x^\circ, \angle C = (x + 36)^\circ, AF$ 平分 $\angle BAC,$

$\therefore \angle CAE = \angle BAE, \therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \times [180^\circ - x^\circ - (x + 36)^\circ] = (72 - x)^\circ.$

故答案为 $(72 - x)^\circ$.

② $\angle AEC = 180^\circ - \angle AEB = \angle BAE + \angle B = (72 - x)^\circ + x^\circ = 72^\circ,$

$\therefore \angle FED = \angle AEC = 72^\circ.$

$\because FD \perp BC, \therefore \angle FDE = 90^\circ.$

$\therefore \angle F = 180^\circ - \angle FDE - \angle FED = 18^\circ.$

第 2 课时 三角形的外角

【课堂导学】

任务一

问题 1 (1) 延长线 (2) 不相邻 两个内角

问题 2 (1) 120° (2) 60° (3) 60°

[即时测评]

1. D 2. B

任务二

探究 1 解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, \angle A = 40^\circ,$

$\therefore \angle CBD = \angle ACB + \angle A = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ.$

$\because BE$ 是 $\angle CBD$ 的平分线, $\therefore \angle CBE = \frac{1}{2} \angle CBD = 65^\circ.$

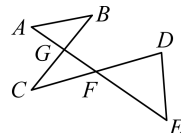
探究 2 解: $\because \angle ACB = 90^\circ, \angle CBE = 65^\circ,$

$\therefore \angle CEB = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ.$

$\because DF \parallel BE, \therefore \angle F = \angle CEB = 25^\circ.$

[即时测评]

B 解析: 如图.



$\because \angle A = 60^\circ, \angle B = 40^\circ, \therefore \angle BGF = \angle C + \angle AFC = \angle A + \angle B = 100^\circ.$

$\because \angle C = 30^\circ, \therefore \angle AFC = 100^\circ - 30^\circ = 70^\circ.$

$\therefore \angle EFD = \angle AFC = 70^\circ. \therefore \angle E + \angle D + \angle EFD = 180^\circ, \therefore \angle D + \angle E = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ.$

故选 B.

【课堂小结】

延长线 和

【课后评价】

1. D 2. 8 $\triangle BDC \triangle ADE$ 3. C 4. C 5. D

6. 120° 7. 25° 8. 略 9. C 10. A 11. 略

12. 解: (1) 如图(1), 设 BD, CE 交于点 M, AD, CE 交于点 N , 则 $\angle A + \angle C = \angle MND, \angle B + \angle E = \angle DMN.$

又 $\because \angle MND + \angle DMN + \angle D = 180^\circ,$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ.$

故答案为 180° .

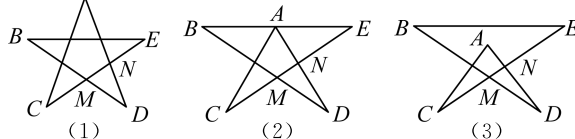
(2) $\angle CAD + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ 的值没有变化. 理由如下:

如图(2)、图(3), 设 BD, CE 交于点 M, AD, CE 交于点 N , 则 $\angle CAD + \angle C = \angle MND,$

$\angle B + \angle E = \angle DMN.$

又 $\because \angle MND + \angle DMN + \angle D = 180^\circ,$

$\therefore \angle CAD + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ.$



第 12 题解图

第十四章 全等三角形

14.1 全等三角形及其性质

【课堂导学】

任务一

问题 1 重合

问题 2 解: (1) 和 (10), (2) 和 (12), (4) 和 (8), (5) 和 (9) 是全等图形.

[即时测评]

A

任务二

新知预习 1. (1) 重合 (2) 对应顶点 对应边 对应角

(3) $\cong$ 全等于

2. 对应边 对应角

实践应用 解: (1) 对应边: AB 和 DC, BC 和 CB, AC

和 DB ; 对应角: $\angle A$ 和 $\angle D$, $\angle ABC$ 和 $\angle DCB$, $\angle ACB$ 和 $\angle DBC$. (2) $\because \triangle ABC \cong \triangle DCB$, $\therefore AC = DB = 4$, $DC = AB = 3$, $\angle D = \angle A = 60^\circ$.

[即时测评]

6

任务三

探究 1 解: BD 是 $\angle ABE$ 的平分线. 理由如下:

$\because \triangle ADB \cong \triangle EDB$, $\therefore \angle ABD = \angle EBD$, 即 BD 是 $\angle ABE$ 的平分线.

探究 2 解: 点 E 平分线段 BC . 理由如下:

$\because \triangle BDE \cong \triangle CDE$, $\therefore BE = CE$, 即点 E 平分线段 BC .

探究 3 解: $DE \perp BC$. 理由如下:

$\because \triangle BDE \cong \triangle CDE$, $\therefore \angle DEB = \angle DEC = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$. $\therefore DE \perp BC$.

[即时测评]

1

【课堂小结】

完全重合 完全重合 相等 相等

【课后评价】

1. A 2. C 3. B 4. 略 5. D 6. B 7. 12 8. 30°

9. 略 10. 略 11. 略

12. 解: (1) $\because AE \perp BC$,

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$.

$\because \angle BAE = 46^\circ$, $\therefore \angle B = 44^\circ$.

$\because \triangle ABE \cong \triangle EDA$, $\therefore \angle B = \angle ADE$.

$\therefore \angle ADE$ 的度数为 44° .

(2) $AE = CD$, 且 $AE \parallel CD$. 理由如下:

$\because \triangle EDA \cong \triangle DEC$,

$\therefore AE = CD$, $\angle AED = \angle CDE$. $\therefore AE \parallel CD$.

14.2 三角形全等的判定

第 1 课时 三角形全等的判定(SAS)

【课堂导学】

任务一

问题 1 两边 夹角 边角边 SAS

问题 2 $\angle B = \angle E$ CF BC EF $BC = EF$ $\angle B = \angle E$ SAS

[即时测评]

1. C 2. A

任务二

探究 1 证明: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\angle DCE = 90^\circ$, $\therefore \angle BCD + \angle ACD = 90^\circ$, $\angle ACE + \angle ACD = 90^\circ$.

$\therefore \angle BCD = \angle ACE$.

在 $\triangle BCD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} BC = AC, \\ \angle BCD = \angle ACE, \\ DC = EC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE$ (SAS). $\therefore AE = BD$.

探究 2 5

探究 3 $AB + AD = AE$

[即时测评]

解: $AA' = BB'$. 理由如下:

$\because O$ 是 AB' , $A'B$ 的中点,

$\therefore OA = OB'$, $OA' = OB$.

在 $\triangle A'OA$ 和 $\triangle BOB'$ 中,

$$\begin{cases} OA = OB', \\ \angle A'OA = \angle B'OB, \\ OA' = OB, \end{cases}$$

$\therefore \triangle A'OA \cong \triangle BOB'$ (SAS). $\therefore AA' = BB'$.

【课堂小结】

两边 夹角 边角边 SAS

【课后评价】

1. B 2. C

3. 有两条边和其中一边的对角对应相等的两个三角形不一定全等

4. 略 5. 略 6. 略 7. 略 8. 略 9. 略 10. 略

11. (1) 证明: $\because AB = AD$,

$\therefore \angle ADB = \angle ABD$.

$\because \angle ADB + \angle CBD = \angle DAE$,

$\therefore \angle ABD + \angle CBD = \angle DAE$.

$\therefore \angle ABC = \angle DAE$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DAE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AD, \\ \angle ABC = \angle DAE, \\ BC = AE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DAE$ (SAS).

$\therefore AC = DE$.

(2) 解: $\because \angle ABD = \angle ADB = 30^\circ$, $\angle CBD = 10^\circ$,

$\therefore \angle ABC = 40^\circ$, $\angle C = 20^\circ$. $\therefore \angle BAC = 120^\circ$.

$\because \triangle ABC \cong \triangle DAE$, $\therefore \angle DAE = \angle ABC = 40^\circ$, $\angle E = \angle C = 20^\circ$. $\therefore \angle EDC = \angle DAE + \angle E = 60^\circ$.

$\therefore \angle BFD = \angle C + \angle EDC = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ$.

第 2 课时 三角形全等的判定(ASA 和 AAS)

【课堂导学】

任务一

问题 1 两角 夹边 ASA

问题 2 两直线平行, 同位角相等 AC 同位角相等, 两直线平行 BDF BDF ASA

[即时测评]

1. B 2. ASA

任务二

问题 1 两角 对边 AAS

问题 2 EDF ABC 两直线平行, 同位角相等 ABC E A EDF AC DF AAS

[即时测评]

1. $\angle A = \angle D$ 2. AAS

任务三

例 (1) 证明: $\because \angle ACB = \angle DBC = 90^\circ$, $DE \perp AB$,

$\therefore \angle DEB + \angle ABC = 90^\circ$, $\angle A + \angle ABC = 90^\circ$.

$\therefore \angle DEB = \angle A$.

在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle EBD$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle EBD, \\ AC = EB, \\ \angle A = \angle DEB, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACB \cong \triangle EBD$ (ASA).

(2) 解: $\because \triangle ACB \cong \triangle EBD$, $\therefore BC = DB$, $AC = EB$.

$\because E$ 是 BC 的中点, $\therefore EB = \frac{1}{2} BC$.

$\because DB = 12$, $BC = DB$, $\therefore BC = 12$. $\therefore AC = EB = \frac{1}{2} BC = 6$.

[即时测评]

ASA

【课堂小结】

两角 它们的夹边 两角 一组等角的对边

【课后评价】

1. C 2. A 3. $\angle B = \angle ADE$

4. 略 5. A 6. $\angle B = \angle C$ (答案不唯一)

7. 略 8. 略 9. 略 10. 略

11. (1) 证明: 由题意, 得 AD 平分 $\angle BAC$, BE 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle CAD = \angle BAP, \angle ABP = \angle FBP.$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD + \angle ADC = 90^\circ.$$

$$\because PF \perp AD, \therefore \angle FPD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle F + \angle ADC = 90^\circ, \therefore \angle F = \angle CAD.$$

$$\therefore \angle F = \angle BAP.$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle FBP$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAP = \angle F, \\ \angle ABP = \angle FBP, \\ BP = BP, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle FBP (\text{AAS}).$$

(2) 解: $AH = AB - BD$. 证明如下:

由(1)可知, $\triangle ABP \cong \triangle FBP$,

$$\therefore AP = FP, BA = BF.$$

在 $\triangle APH$ 和 $\triangle FPD$ 中,

$$\begin{cases} \angle PAH = \angle F, \\ AP = FP, \\ \angle APH = \angle FPD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle APH \cong \triangle FPD (\text{ASA}).$$

$$\therefore AH = FD.$$

$$\because BF = DF + BD, \therefore AB = AH + BD.$$

$$\therefore AH = AB - BD.$$

第3课时 三角形全等的判定(SSS)

【课堂导学】

任务一

新知预习 三边分别相等 SSS

实践应用 证明: $\because BF = EC, \therefore BF + CF = EC + CF.$

$$\therefore BC = EF.$$

在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle DFE$ 中,

$$\begin{cases} BC = EF, \\ AB = DE, \\ AC = DF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle DFE (\text{SSS}), \therefore \angle B = \angle E.$$

[即时测评]

1. $AE = AD$ (答案不唯一)

2. 证明: $\because BE = FC, \therefore BE + BF = FC + BF$, 即 $EF = BC$.

在 $\triangle DFE$ 和 $\triangle ABC$ 中,

$$\begin{cases} DE = AC, \\ DF = AB, \\ EF = CB, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DFE \cong \triangle ABC (\text{SSS}).$$

任务二

例 (1) 证明: 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ABE$ 中,

$$\begin{cases} AC = AB, \\ \angle A = \angle A, \\ AD = AE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABE (\text{SAS}).$$

(2) 解: 还有 $\triangle BDF \cong \triangle CEF$. 理由如下:

$$\because AB = AC, AD = AE, \therefore AB - AD = AC - AE, \text{ 即 } BD = CE.$$

由(1)可知 $\triangle ACD \cong \triangle ABE, \therefore \angle C = \angle B$.

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle C, \\ \angle BFD = \angle CFE, \\ BD = CE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CEF (\text{AAS}).$$

(3) 解: AF 是 $\angle CAB$ 的平分线. 理由如下:

由(2)可知 $\triangle BDF \cong \triangle CEF, \therefore DF = EF$.

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle AEF$ 中,

$$\begin{cases} AD = AE, \\ DF = EF, \\ AF = AF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle AEF (\text{SSS}), \therefore \angle DAF = \angle EAF.$$

$\therefore AF$ 是 $\angle CAB$ 的平分线.

[即时测评]

1. A 2. $\angle B = \angle E$ (答案不唯一)

【课堂小结】

三边分别相等

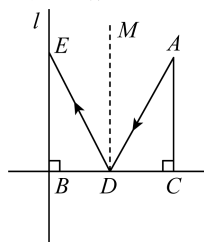
【课后评价】

1. C 2. D 3. $BC = DC$ 4. $AC = DB$

5. 略 6. D 7. D 8. $\angle A = \angle D$ (答案不唯一)

9. 略 10. 略 11. 略 12. 略

13. 证明: (1) 如图, 过点 D 作 $DM \perp BC$.



由题意可得 $\angle EDM = \angle ADM, \angle BDM = \angle CDM = 90^\circ$,

$$\therefore \angle EDB = \angle ADC.$$

$\because D$ 是 BC 的中点,

$$\therefore BD = CD.$$

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} \angle EDB = \angle ADC, \\ BD = CD, \\ \angle EBD = \angle ACD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDA (\text{ASA}).$$

$$\therefore BE = AC.$$

(2) 由(1)得 $BE = AC$.

又 $\because AC = BC$,

$$\therefore BE = BC.$$

$$\because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BAC = 45^\circ.$$

$$\because \angle EBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBA = \angle ABC = 45^\circ.$$

在 $\triangle CBF$ 和 $\triangle EBF$ 中,

$$\begin{cases} BC = BE, \\ \angle CBF = \angle EBF, \\ BF = BF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CBF \cong \triangle EBF (\text{SAS}).$$

$$\therefore \angle BCF = \angle BEF.$$

$$\because \triangle BDE \cong \triangle CDA,$$

$$\therefore \angle BED = \angle CAD = \angle BCF.$$

$$\because \angle CAD + \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF + \angle ADC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle CHD = 90^\circ.$$

$$\therefore CF \perp AD.$$

第4课时 与三角形全等有关的尺规作图

【课堂导学】

任务一

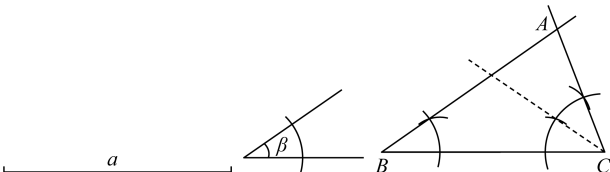
例 1 A

[即时测评]

C

任务二

例 2 解: 如图, $\triangle ABC$ 即为所求.

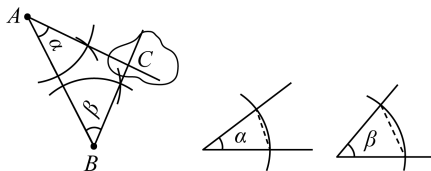


【课后评价】

1. A 2. D 3. D 4. 36° 5. D 6. A

7. 略 8. 略 9. 略

10. 解: 如图, 点 C 即为 C 城市的具体位置.



第 5 课时 直角三角形全等的判定(HL)

【课堂导学】

任务一

问题 1 斜边 一直角边 HL

问题 2 证明: $\because BE = CF, \therefore BE + EF = CF + EF$, 即 $BF = CE$.

$\because AF \perp BC, DE \perp BC, \therefore \angle AFB = \angle DEC = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 和 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} AB = DC, \\ BF = CE, \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABF \cong \text{Rt}\triangle DCE (\text{HL})$.

[即时测评]

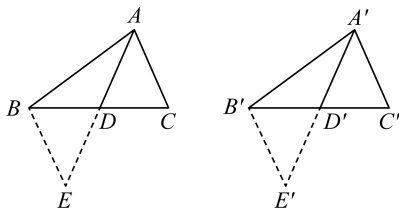
B

任务二

探究 1 ① $\angle B = \angle B'$ ② $BD = \frac{1}{2}BC$

③ $B'D' = \frac{1}{2}B'C'$ ④ SAS

探究 2 证明: 如图, 延长 AD 至点 E , 使得 $DE = DA$, 连接 BE , 延长 $A'D'$ 至点 E' , 使得 $D'E' = D'A'$, 连接 $B'E'$.



$\because AD = A'D', \therefore AE = A'E'$.

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle EDB$ 中,

$$\begin{cases} AD = ED, \\ \angle ADC = \angle EDB, \\ CD = BD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB (\text{SAS})$.

$\therefore AC = BE, \angle E = \angle CAD$.

同理 $\triangle A'D'C' \cong \triangle E'D'B' (\text{SAS})$,

$\therefore A'C' = B'E', \angle E' = \angle C'A'D'$.

$\because AC = A'C', \therefore BE = B'E'$.

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle B'A'E'$ 中,

$$\begin{cases} AB = A'B', \\ BE = B'E', \\ EA = E'A', \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle B'A'E' (\text{SSS})$.

$\therefore \angle BAD = \angle B'A'D', \angle E = \angle E'$.

$\therefore \angle CAD = \angle C'A'D', \therefore \angle BAC = \angle B'A'C'$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中,

$$\begin{cases} AB = A'B', \\ \angle BAC = \angle B'A'C', \\ AC = A'C', \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' (\text{SAS})$.

[即时测评]

D

【课堂小结】

斜边 一直角边

【课后评价】

1. C 2. D 3. C 4. D 5. B

6. HL 7. $AB = AC$ 8. $BC = FE$ 或 $BE = FC$

9. 略 10. 略 11. 略 12. 略

13. 解: 当 $AP = 5$ 或 10 时, $\triangle ABC$ 和 $\triangle PQA$ 全等. 理由如下:

$\because \angle C = 90^\circ, AO \perp AC$,

$\therefore \angle C = \angle QAP = 90^\circ$.

① 当 $AP = 5 = BC$ 时,

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 和 $\text{Rt}\triangle QAP$ 中,

$$\begin{cases} AB = QP, \\ BC = PA, \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle QAP (\text{HL})$.

② 当 $AP = 10 = AC$ 时,

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 和 $\text{Rt}\triangle PAQ$ 中,

$$\begin{cases} AB = PQ, \\ AC = PA, \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle PAQ (\text{HL})$.

14.3 角的平分线

第 1 课时 角的平分线的性质

【课堂导学】

任务一

问题 1 ①

问题 2 $ON, NC, OC, \triangle ONC, \text{SSS}, \angle NOC$

[即时测评]

A

任务二

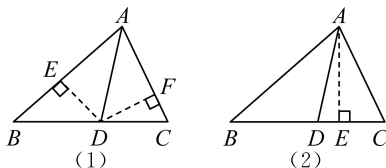
例 (1) 证明: 如图(1), 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F .

$\because AD$ 平分 $\angle BAC, \therefore DE = DF$.

$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AB \cdot DE, S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}AC \cdot DF$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot DE}{\frac{1}{2}AC \cdot DF} = \frac{AB}{AC},$$

即 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = AB : AC$.



(2) 解: 如图(2), 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E .

$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}BD \cdot AE, S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}CD \cdot AE$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}BD \cdot AE}{\frac{1}{2}CD \cdot AE} = \frac{BD}{CD} \therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

$$\because AB=6, AC=4, BC=8, \therefore \frac{6}{4} = \frac{BD}{8-BD}$$

$$\therefore BD=4.8$$

[归纳总结] (1)已知 求证

[即时测评]

1. B 2. B

【课堂小结】

角两边

【课后评价】

1. D 2. 略 3. C 4. B 5. C

6. 4 cm 7. C 8. 2:3:4 9. 4:3

10. 略

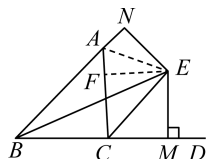
11. 解: (1) $\because CE$ 平分 $\angle ACD$, BE 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ACE = \angle ECD = \frac{1}{2} \angle ACD, \angle ABE = \angle CBE = \frac{1}{2} \angle ABC.$$

$$\therefore \angle E = \angle ECD - \angle EBD = \frac{1}{2} (\angle ACD - \angle ABC) = \frac{1}{2} \angle A.$$

$$\text{又} \because \angle A = 46^\circ, \therefore \angle E = 23^\circ.$$

(2)如图, 连接 AE , 作 $EF \perp AC$ 于点 F .



$\because BE$ 平分 $\angle ABC$, $EM \perp BC$, $EN \perp BA$,

$$\therefore EM = EN.$$

同理, $EF = EM$, $\therefore EF = EN$.

在 $\text{Rt}\triangle FCE$ 和 $\text{Rt}\triangle MCE$ 中,

$$\begin{cases} EF = EM, \\ CE = CE, \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle FCE \cong \text{Rt}\triangle MCE (\text{HL}).$$

$$\therefore CF = CM = 4.$$

同理, $AF = AN = 2$,

$$\therefore AC = AF + CF = 2 + 4 = 6.$$

第2课时 角的平分线的判定

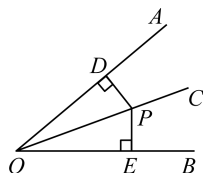
【课堂导学】

任务一

问题1 距离相等

问题2 PE 平分线上

问题3 证明: 如图, 作射线 OP .



$$\because PD \perp AO, PE \perp OB,$$

$$\therefore \angle PDO = \angle PEO = 90^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle OPD$ 和 $\text{Rt}\triangle OPE$ 中,

$$\begin{cases} OP = OP, \\ PD = PE, \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle OPD \cong \text{Rt}\triangle OPE (\text{HL}).$$

$$\therefore \angle DOP = \angle EOP.$$

$\therefore OP$ 是 $\angle AOB$ 的平分线, 即点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上.

问题4 4

[即时测评]

1. A

2. 解: $\because DE \perp AB$ 于点 E , $\angle C = 90^\circ$, $DC = DE$,

$$\therefore \angle CBD = \angle EBD.$$

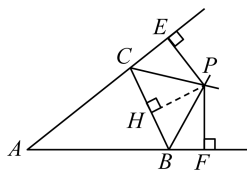
$$\because \angle A = 40^\circ, \therefore \angle CBA = 50^\circ.$$

$$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle CBA = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ.$$

任务二

例 解: (1) $BC = CE + BF$. 理由如下:

如图, 作 $PH \perp BC$ 于点 H .



在 $\triangle PEC$ 和 $\triangle PHC$ 中,

$$\begin{cases} \angle PEC = \angle PHC, \\ \angle ECP = \angle HCP, \\ CP = CP, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PEC \cong \triangle PHC (\text{AAS}), \therefore CE = CH.$$

同理可得, $BF = BH$. $\therefore BC = CH + BH = CE + BF$.

$$(2) \because \triangle PEC \cong \triangle PHC, \therefore PE = PH.$$

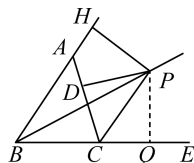
同理可得, $PF = PH$, $\therefore PE = PH = PF$.

$\therefore$ 点 P 到 AC , AB , BC 三边的距离相等.

(3)在

[即时测评]

(1)解: 如图, 作 $PQ \perp BE$ 于点 Q .



$\because BP$ 平分 $\angle ABC$, $PH \perp BA$, $PQ \perp BE$,

$$\therefore PQ = PH = 8 \text{ cm},$$

即点 P 到直线 BC 的距离为 8 cm .

(2)证明: $\because CP$ 平分 $\angle ACE$, $PD \perp AC$, $PQ \perp BE$,

$$\therefore PD = PQ. \text{由(1)知 } PH = PQ, \therefore PD = PH.$$

$\therefore$ 点 P 在 $\angle HAC$ 的平分线上.

【课堂小结】

距离相等

【课后评价】

1. D 2. C 3. $\angle BAD$ $\angle BCD$

4. 略 5. 略 6. 略 7. 略 8. 略 9. 略

10. (1)解: $\because \angle ACB = 116^\circ$,

$$\therefore \angle ACD = 180^\circ - \angle ACB = 64^\circ.$$

$$\because EH \perp BD, \angle CEH = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = 90^\circ - \angle CEH = 32^\circ.$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ACD - \angle DCE = 32^\circ.$$

(2)证明: 如图, 过点 E 作 $EM \perp BF$ 于点 M , 作 $EN \perp AC$ 于点 N .

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$, $EM \perp BF$, $EN \perp BD$,

$$\therefore EM = EN.$$

由(1)可知, $\angle ACE = \angle DCE = 32^\circ$, 即 CE 平

分 $\angle ACD$.

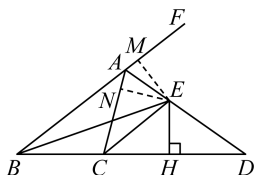
$\because EN \perp AC, EH \perp CD,$

$\therefore EN = EH.$

$\therefore EM = EN.$

又 $\because$ 点 E 在 $\angle CAF$ 的内部,

$\therefore AE$ 平分 $\angle CAF$.



(3)解:由(2)得 $EM = EH = EN$.

设 $EM = EH = EN = x$.

$\because S_{\triangle ACD} = 24,$

$\therefore S_{\triangle ACE} + S_{\triangle DCE} = 24.$

$\therefore \frac{1}{2}AC \cdot EN + \frac{1}{2}CD \cdot EH = 24$, 即 $\frac{1}{2}x \cdot (AC + CD) = 24$,

$\therefore AC + CD = \frac{48}{x}.$

又 $\because AC + CD = 16$,

$\therefore x = 3.$

$\therefore EM = 3.$

$\because AB = 10$,

$\therefore \triangle ABE$ 的面积为 $\frac{1}{2}AB \cdot EM = \frac{1}{2} \times 10 \times 3 = 15$.

第十五章 轴对称

15.1 图形的轴对称

第1课时 轴对称及其性质

【课堂导学】

任务一

(1)互相重合 对称轴 对称点

(2)重合 成轴对称 对称 对称轴 对称点

问题1 解:②③④是轴对称图形,①不是轴对称图形.

问题2 解:D, F选项的右边图形与左边图形成轴对称.

[即时测评]

B

任务二

探究1 解:对称点有点 A 和点 A' ,点 B 和点 B' ,点 C 和点 C' .

探究2 解:全等.

探究3 解:连接点 A, A' ,直线 m 垂直且平分线段 AA' .

探究4 解:延长线段 AC 与 $A'C'$,它们的交点在直线 m 上,其他对应线段(或其延长线)的交点也在直线 m 上,即若两线段关于直线 m 对称,且不相交,则它们的交点或它们的延长线的交点在对称轴上.

新知生成 (1)全等 (2)垂直平分 (3)垂直平分线 垂直平分线

[即时测评]

2 76°

【课堂小结】

一 互相重合 两 中点 垂直

【课后评价】

1. B 2. B 3. 2 4. A 5. B 6. B 7. A

8. 140° 9. 109° 10. 20 cm^2 11. 略 12. 略

13. 解:(1) $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 关于直线 MN 对称, $ED = 15, BF = 9$,

$\therefore EF = CF, BF = DF = 9, ED = CB = 15.$

$\therefore EF = ED - DF = 15 - 9 = 6.$

(2) $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 关于直线 MN 对称, $\angle B = 35^\circ, \angle E = 65^\circ, \angle BAE = 16^\circ$,

$\therefore \angle E = \angle C = 65^\circ.$

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 35^\circ - 65^\circ = 80^\circ.$

$\therefore \angle BAE = 16^\circ, \therefore \angle EAC = \angle BAC - \angle BAE = 80^\circ - 16^\circ = 64^\circ.$

$\because$ 线段 AE 与 AC 关于直线 MN 对称,

$\therefore \angle EAN = \angle CAN = \frac{1}{2} \angle EAC = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ.$

$\therefore \angle BAN = \angle BAE + \angle EAN = 16^\circ + 32^\circ = 48^\circ.$

$\therefore \angle BFN = \angle B + \angle BAN = 35^\circ + 48^\circ = 83^\circ.$

(3) $BD \parallel EC$.理由如下:

由轴对称的性质可知 $MN \perp BD, MN \perp EC$,

$\therefore BD \parallel EC.$

第2课时 线段的垂直平分线

【课堂导学】

任务一

问题1 ①两个端点 相等 ②垂直平分线

问题2 D

[即时测评]

D

任务二

例 解:(1)逆命题:如果两个角相等,那么这两个角是直角,此命题为假命题.

反例:等腰三角形的两个底角相等,这两个角都不是直角.

(2)逆命题:如果两个角的和是平角,那么这两个角一个是锐角,另一个是钝角,此命题为假命题.

反例:两个直角的和是平角.

(3)逆命题:如果两个角的余角相等,那么这两个角是同角(或等角),此命题为真命题.

证明如下:

已知: $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ, \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$,且 $\angle 1 = \angle 3$.

求证: $\angle 2 = \angle 4$.

证明: $\because \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ, \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 = 90^\circ - \angle 2, \angle 3 = 90^\circ - \angle 4.$

$\because \angle 1 = \angle 3, \therefore 90^\circ - \angle 2 = 90^\circ - \angle 4. \therefore \angle 2 = \angle 4.$

(4)逆命题:如果两个角的补角相等,那么这两个角是同角(或等角),此命题为真命题.

证明如下:

已知: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$,且 $\angle 1 = \angle 3$.

求证: $\angle 2 = \angle 4$.

证明: $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle 2, \angle 3 = 180^\circ - \angle 4.$

$\because \angle 1 = \angle 3, \therefore 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - \angle 4.$

$\therefore \angle 2 = \angle 4.$

[即时测评]

C

任务三

探究1 解: $\because l_1$ 是边 AB 的垂直平分线,

$\therefore DA = DB.$

$\because l_2$ 是边 AC 的垂直平分线, $\therefore EA = EC.$

$\because \triangle ADE$ 的周长为 8 cm , $\therefore BC = BD + DE + EC = DA + DE + EA = 8 \text{ cm}.$

探究2 解: 点 O 在线段 BC 的垂直平分线上. 理由如下:

$\because l_1$ 是边 AB 的垂直平分线,

$\therefore OA=OB$.

$\because l_2$ 是边 AC 的垂直平分线, $\therefore OA=OC$.

$\therefore OB=OC$.

$\therefore$ 点 O 在 BC 的垂直平分线上.

【课堂小结】

相等 相反 真

【课后评价】

1. B 2. C 3. 60°

4. D 5. D 6. C 7. C 8. C 9. B

10. 三条边的垂直平分线的交点

11. 略 12. 略

13. 解: (1) $\because BD$ 垂直平分 AE ,

$\therefore AB=BE, AD=DE$.

$\because \triangle ABC$ 的周长为 23, $\triangle DEC$ 的周长为 9,

$\therefore AB+BE+AD+CD+CE=23, CD+CE+DE=9$.

$\therefore 2AB=23-9=14$.

$\therefore AB=7$.

(2) $\because \angle ABC=28^\circ, \angle C=46^\circ$,

$\therefore \angle BAC=106^\circ$.

$\because AB=BE, \angle ABC=28^\circ$,

$\therefore \angle BAE=\angle AEB=\frac{180^\circ-28^\circ}{2}=76^\circ$.

$\therefore \angle DAE=\angle BAC-\angle BAE=106^\circ-76^\circ=30^\circ$.

$\because AD=DE, \therefore \angle DAE=\angle DEA=30^\circ$.

$\therefore \angle CDE=\angle DAE+\angle DEA=60^\circ$.

第3课时 线段的垂直平分线的尺规作图

【课堂导学】

任务一

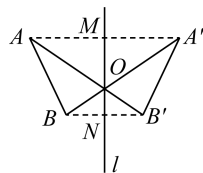
①点 A 点 B $\frac{1}{2}AB$ ② CD CD

[即时测评]

B

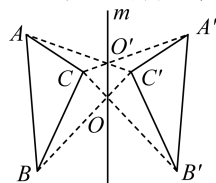
任务二

探究1 解: 如图所示.



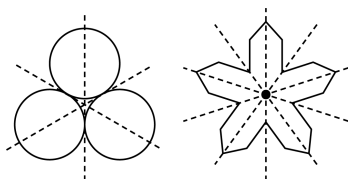
发现: 点 O 在对称轴上.

探究2 解: 如图, 直线 OO' 即为所求.



[即时测评]

解: 如图所示.



【课堂小结】

无刻度

【课后评价】

1. D 2. B 3. D 4. 25° 5. A 6. 4

7. ③①②④ 8. D 9. 40° 10. 11 11. 略

12. 解: (1) 与线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上

(2) 直线 PE 是线段 AB 的垂直平分线. 理由如下:

由作图可知 $PA=PB, PC=PD$.

在 $\triangle APD$ 和 $\triangle BPC$ 中,

$$\begin{cases} PA=PB, \\ \angle APD=\angle BPC, \\ PD=PC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle APD \cong \triangle BPC (SAS)$.

$\therefore \angle PAD=\angle PBC, \angle PCB=\angle PDA$.

$\therefore \angle ACE=\angle BDE$.

$\because PA=PB, PC=PD$

$\therefore$ 点 P 在线段 AB 的垂直平分线上, $CA=DB$.

$$\text{在 } \triangle AEC \text{ 和 } \triangle BED \text{ 中, } \begin{cases} \angle CAE=\angle DBE, \\ CA=DB, \\ \angle ACE=\angle BDE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BED (ASA)$.

$\therefore AE=BE, \therefore$ 点 E 在线段 AB 的垂直平分线上.

$\therefore$ 直线 PE 是线段 AB 的垂直平分线.

15.2 画轴对称的图形

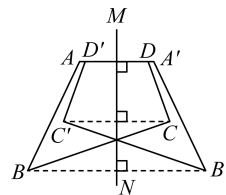
第1课时 画轴对称的图形

【课堂导学】

任务一

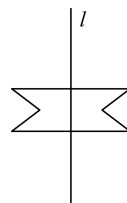
问题1 特殊点 对称点 对称点

问题2 解: 如图, 四边形 $A'B'C'D'$ 即为所求.



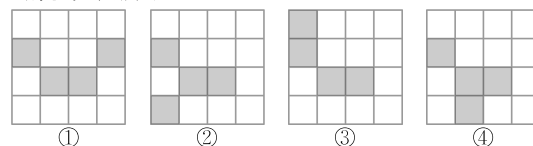
[即时测评]

解: 如图所示.



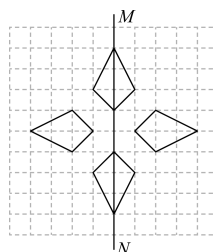
任务二

例 解: 如图所示.



[即时测评]

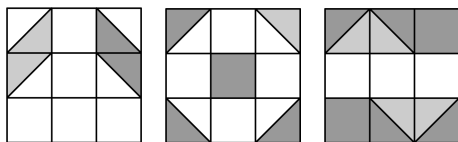
解: (1) 如图所示.



(2) 共有 4 条对称轴.

【课后评价】

1. B 2. C 3. 3 4. 略 5. 略 6. 5 7. 13
8. 略 9. 略 10. 略
11. 解: 如图所示(答案不唯一).



第2课时 平面直角坐标系中的轴对称

【课堂导学】

任务一

问题 1 $(x, -y)$ $(-x, y)$

问题 2 解: (1) $\because$ 点 P 与点 P' 关于 x 轴对称,

$$\therefore \begin{cases} 2a=8, \\ b+2=3, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=4, \\ b=1. \end{cases}$$

(2) $\because$ 点 P 与点 P' 关于 y 轴对称,

$$\therefore \begin{cases} 2a=-8, \\ b+2=-3, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=-4, \\ b=-5. \end{cases}$$

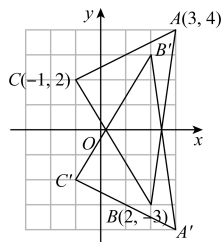
【即时测评】

1. B 2. A

任务二

例 解: (1) $A'(3, -4)$, $B'(2, 3)$, $C'(-1, -2)$.

(2) 如图, $\triangle A'B'C'$ 即为所求.



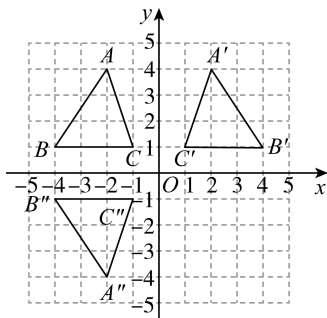
$$(3) S_{\triangle ABC} = 4 \times 7 - \frac{1}{2} \times 1 \times 7 - \frac{1}{2} \times 3 \times 5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 28 - \frac{7}{2} - \frac{15}{2} - 4 = 13.$$

【即时测评】

1. D

2. 解: 如图, $\triangle A'B'C'$ 为 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的图形, $\triangle A''B''C''$ 为 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形.

$$A'(2, 4), B'(4, 1), C'(1, 1), A''(-2, -4), B''(-4, -1), C''(-1, -1).$$



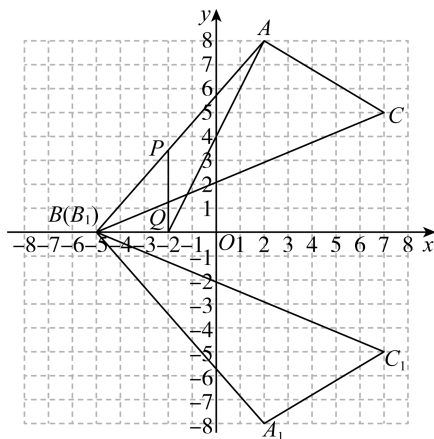
【课堂小结】

$(x, -y)$ $(-x, y)$

【课后评价】

1. A 2. B 3. 略 4. 略 5. D 6. 略 7. A
8. B 9. 略 10. 略
11. 解: (1) $(-5, 0)$ $(7, 5)$

(2) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.



$(7, -5)$

(3) 65

(4) 点 $P\left(m, \frac{8}{7}m + \frac{40}{7}\right)$ 在边 AB 上, 过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q , $\therefore Q(m, 0)$. $\therefore BQ = x_Q - x_B = m - (-5) = m + 5$. $\therefore S_{\triangle QAB} = \frac{1}{2} BQ \cdot y_A = \frac{1}{2} (m + 5) \times 8 = 4m + 20$.

故答案为 $4m + 20$.

15.3 等腰三角形

第1课时 等腰三角形的性质

【课堂导学】

任务一

问题 1 相等 等边对等角

问题 2 (1) 72° (2) 108°

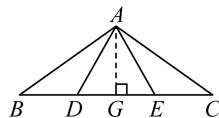
问题 3 $40^\circ, 70^\circ$ 或 $55^\circ, 55^\circ$

【即时测评】

1. C 2. C

任务二

例 证明: (1) 如图, 过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G .



$\because AB = AC, AD = AE, \therefore BG = CG, DG = EG. \therefore BG - DG = CG - EG. \therefore BD = CE.$

(2) $\because BD = CE, F$ 为 DE 的中点,

$\therefore BD + DF = CE + EF.$

$\therefore BF = CF$, 即 AF 是底边 BC 上的中线.

又 $\because AB = AC, \therefore AF \perp BC.$

【归纳总结】

(1) $AD \perp BC$ CAD

(2) $BD = CD$ CAD

(3) $BD = CD$ $AD \perp BC$

【即时测评】

1. A 2. 40°

【课堂小结】

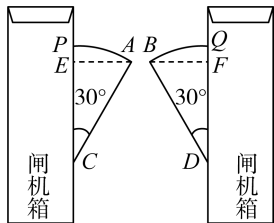
等角 底边上的中线 高 顶角的平分线

【课后评价】

1. B 2. B 3. 52° 4. 略 5. B 6. C
7. 10 8. C 9. 45° 10. 略 11. 略 12. 略
13. 解: (1) ① 10 ② 25

$$(2) \angle EDC = \frac{1}{2} \angle BAD$$

问题2 解:如图,过点A作 $AE \perp CP$ 于点E,过点B作 $BF \perp DQ$ 于点F.



在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\angle ACE = 30^\circ$, $\therefore AE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 64 = 32(\text{cm})$.

同理可得, $BF = 32 \text{ cm}$.

又 $\because$ 双翼边缘的端点A与B之间的距离为8 cm, $\therefore 32 + 8 + 32 = 72(\text{cm})$.

$\therefore$ 当双翼收起时,可以通过闸机的物体的最大宽度为72 cm.

[即时测评]

B

任务三

探究1 解:在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 120^\circ$,

$\therefore \angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BAC) = 30^\circ$. 在 $\triangle BDE$ 中,

$BD = BE$, $\therefore \angle BDE = \angle BED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle B) = 75^\circ$.

探究2 证明: $\because CD$ 的垂直平分线 MF 交 AC 于点 F , 交 BC 于点 M ,

$\therefore DF = CF$, $\angle FMC = 90^\circ$. $\therefore \angle FDC = \angle C = 30^\circ$.

$\therefore \angle AFD = \angle FDC + \angle C = 60^\circ$.

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 120^\circ$, AD 是边 BC 上的中线,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 60^\circ$.

$\therefore \angle ADF = 60^\circ$.

$\therefore \angle FAD = \angle AFD = \angle ADF = 60^\circ$.

$\therefore \triangle ADF$ 是等边三角形.

探究3 解:在 $\text{Rt}\triangle FMC$ 中, $\angle C = 30^\circ$, $MF = 2$,

$\therefore CF = 2MF = 4$. $\therefore DF = CF = 4$.

由探究2, 可知 $\triangle ADF$ 是等边三角形,

$\therefore AF = DF = 4$.

$\therefore AB = AC = AF + CF = 4 + 4 = 8$.

【课堂小结】

相等 60° 60° 一半

【课后评价】

1. C 2. 60° 3. C 4. 等边 5. A 6. 12 7. 2

8. 略 9. 略 10. 略

11. 解: (1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $PQ \parallel AC$,

$\therefore \angle BQP = \angle C = 60^\circ$, $\angle BPQ = \angle A = 60^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $AB = BC$.

$\therefore \angle B = \angle BQP = \angle BPQ = 60^\circ$.

$\therefore \triangle BPQ$ 是等边三角形.

$\therefore BP = BQ$.

$\therefore AP = CQ$.

由题意可知 $AP = 2t$,

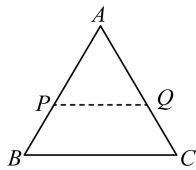
则 $2t = 6$,

$\therefore t = 3$.

$\therefore$ 当 t 的值为3时, $PQ \parallel AC$.

(2) ①当点Q在边BC上时, 此时 $\triangle APQ$ 不可能为等边三角形.

②当点Q在边AC上时,



若 $\triangle APQ$ 为等边三角形, 则 $AP = AQ$.

由题意可知 $AP = 2t$, $BC + CQ = 3t$,

$\therefore AQ = BC + AC - (BC + CQ) = 10 + 10 - 3t = 20 - 3t$.

$\therefore 20 - 3t = 2t$, 解得 $t = 4$.

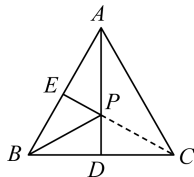
综上所述, 当 $t = 4$ 时, $\triangle APQ$ 为等边三角形.

综合与实践 最短路径问题

【课堂导学】

任务

探究1 解:如图, 连接 CE , 与 AD 交于点 P .



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $AD \perp BC$,

$\therefore PC = PB$. $\therefore PE + PB = PE + PC = CE$,

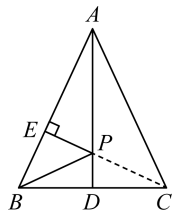
即 CE 就是 $PE + PB$ 的最小值.

$\because AD = 12$, $AB = 8\sqrt{3}$, E 是边 AB 的中点,

$\therefore CE = AD = 12$, $BE = \frac{1}{2}AB = 4\sqrt{3}$.

$\therefore PE + PB + BE$ 的最小值是 $12 + 4\sqrt{3}$, 即 $\triangle PBE$ 周长的最小值是 $12 + 4\sqrt{3}$.

探究2 解:如图, 过点C作 $CE \perp AB$ 于点E, 交 AD 于点P.



$\because S_{\triangle ABC} = 6$, $AB = AC = 4$, $\therefore \frac{1}{2}AB \cdot CE = 6$.

$\therefore CE = 3$.

$\because AD$ 是边 BC 上的中线, $\therefore AD$ 是边 BC 上的高线, 即 AD 垂直平分 BC . $\therefore PB = PC$. $\therefore EP + BP = EP + PC = CE = 3$. $\therefore PB + PE$ 的最小值为3.

[即时测评]

1. A 2. A

【课后评价】

1. C 2. D 3. 6 4. 略 5. C 6. A 7. 6 8. 略

9. 解: (1) ① 100°

② $\because PO = 5$,

$\therefore GO = HO = 5$.

当 $\angle MON = 90^\circ$ 时, $\angle GOH = 180^\circ$,

$\therefore$ 点G, O, H在同一条直线上,

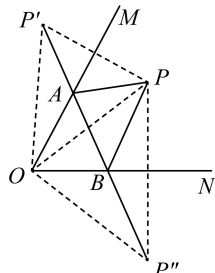
$\therefore GH = GO + HO = 10$.

(2) 如图, 分别作点P关于OM, ON的对称点 P' , P'' , 连接 OP' , OP'' , $P'P''$, $P'P''$ 分别交OM, ON于点A, B, 连接PA, PB,

则 $AP = AP'$, $BP = BP''$, 此时 $\triangle PAB$ 周长的最小值等于 $P'P''$ 的长.

由轴对称的性质, 得 $OP' = OP'' = OP$, $\angle P'OA =$

$\angle POA, \angle P''OB = \angle POB,$
 $\therefore \angle P'OP'' = 2\angle MON = 2 \times 60^\circ = 120^\circ.$
 $\therefore \angle OP'P'' = \angle OP''P' = (180^\circ - 120^\circ) \div 2 = 30^\circ.$
 $\therefore \angle OPA = \angle OP'A = 30^\circ.$
 同理可得 $\angle OPB = \angle OP''B = 30^\circ,$
 $\therefore \angle APB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ.$

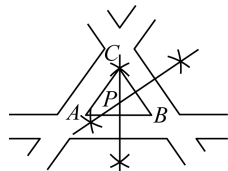


综合素养评价(一)

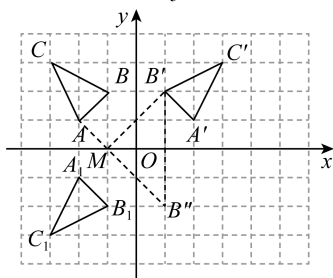
1. B 2. B 3. D 4. C 5. A 6. C 7. C 8. D
9. B 10. D

11. 8 12. 66° 13. 122.5° 14. 20 15. 28° 16. $\frac{75^\circ}{2^n - 1}$

17. 解: 作法如图所示, A, B, C 分别表示三个路口. 分别作线段 AB, BC 的垂直平分线相交于点 P, 点 P 就是所求的点, 故监控仪器应安装在点 P 处.



18. 解: (1) 根据 $\triangle ABC$ 中点 A 的坐标为 $(-2, 1)$, 点 B 的坐标为 $(-1, 2)$, 建立平面直角坐标系如图所示.
 $\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的对应点的连线被 y 轴垂直平分,
 $\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于 y 轴对称.



(2) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(3) 如图, 作点 B' 关于 x 轴的对称点 B'' .

$\therefore$ 点 B' 和点 B'' 关于 x 轴对称, 点 M 在 x 轴上,

$\therefore MB' = MB''.$

$\therefore MA + MB' = MA + MB''.$

$\therefore$ 当点 A, M, B'' 在一条直线上时, $MA + MB''$ 的值最小,

$\therefore$ 连接 AB'' , AB'' 和 x 轴的交点即为所求点 M, 此时 $MA + MB'$ 的值最小.

19. 解: $\therefore AD \perp BC,$
 $\therefore \angle BAD + \angle B = 90^\circ, \angle ADB = 90^\circ.$
 又 $\therefore \angle B = 64^\circ,$
 $\therefore \angle BAD = 26^\circ.$
 $\therefore DE$ 平分 $\angle ADB,$
 $\therefore \angle BDE = 45^\circ.$
 $\therefore \angle AED = \angle B + \angle BDE = 109^\circ.$

20. 证明: $\therefore AB \parallel DE, AC \parallel DF,$
 $\therefore \angle B = \angle DEF, \angle ACB = \angle F.$
 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle DEF, \\ BC = EF, \\ \angle ACB = \angle F, \end{cases}$$

 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (ASA).$

21. 解: (1) $\therefore A(1, 1), B(6, 1), D(1, 4)$, 且 $AB \parallel x$ 轴, 点 $P(a, b-2)$ 是长方形内一点(不含边界),

$\therefore 1 < a < 6, 1 < b-2 < 4,$

解得 $3 < b < 6.$

$\therefore a, b$ 的取值范围分别为 $1 < a < 6, 3 < b < 6.$

(2) 由题意, 得点 Q 的坐标为 $(a-8, b-2+2),$

即 $Q(a-8, b).$

$\therefore$ 长方形 ABCD 的三个顶点的坐标为 $A(1, 1),$

$B(6, 1), D(1, 4),$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(6, 4).$

$\therefore$ 点 C $(6, 4)$ 和点 Q 关于 y 轴对称,

$\therefore 6 + a - 8 = 0, b = 4,$

解得 $a = 2, b = 4.$

22. 解: 设点 P 的运动时间是 t s,

$\therefore BP = 3t$ cm, $PC = (8-3t)$ cm.

$\therefore \angle B = \angle C,$

$\therefore$ 当 $BP = CQ, BE = PC$ 时,

$\triangle BPE \cong \triangle CQP.$

$\therefore BP = CQ, P, Q$ 运动的时间相等,

$\therefore$ 点 Q 的运动速度是 3 cm/s.

当 $BE = CQ, BP = PC$ 时,

$\triangle BPE \cong \triangle CPQ.$

$\therefore E$ 是 AB 的中点,

$\therefore CQ = BE = 5$ cm.

$\therefore 3t = 8 - 3t,$

$\therefore t = \frac{4}{3}.$

$\therefore$ 点 Q 的运动速度为 $5 \div \frac{4}{3} = \frac{15}{4}$ (cm/s).

$\therefore$ 当点 Q 的运动速度为 3 cm/s 或 $\frac{15}{4}$ cm/s 时, $\triangle BPE$

与 $\triangle CQP$ 全等.

23. 证明: $\therefore AD = BE,$

$\therefore AD + DB = BE + DB$, 即 $AB = DE.$

$\therefore AC \parallel DF,$

$\therefore \angle A = \angle EDF.$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB = DE, \\ \angle A = \angle EDF, \\ AC = DF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (SAS).$

$\therefore \angle C = \angle F.$

24. 解: (1) $\therefore AB = AC, \angle BAC = 100^\circ,$

$\therefore \angle B = \angle ACB = 40^\circ.$

$\therefore BD = BA,$

$\therefore \angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B) = 70^\circ.$

$\therefore CE = CA,$

$\therefore \angle CAE = \angle E = \frac{1}{2} \angle ACB = 20^\circ.$

在 $\triangle ABE$ 中, $\angle BAE = 180^\circ - \angle B - \angle E = 120^\circ,$

$\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = 50^\circ.$

(2) 不会改变. 理由如下:

设 $\angle CAE = x^\circ.$

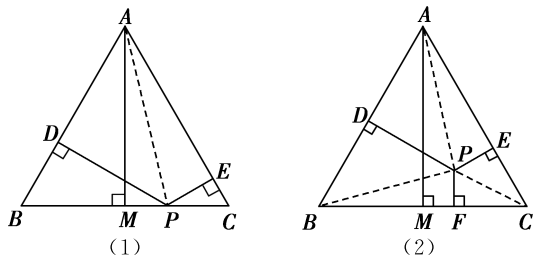
$\therefore CE = CA,$

$\therefore \angle E = \angle CAE = x^\circ$.
 $\therefore \angle ACB = \angle E + \angle CAE = 2x^\circ$.
 $\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 100^\circ$,
 $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle BAC - \angle ACB = 80^\circ - 2x^\circ$.
 $\therefore BD = BA$,
 $\therefore \angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B) = 50^\circ + x^\circ$.
 在 $\triangle ABE$ 中, $\angle BAE = 100^\circ + x^\circ$,
 $\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = (100^\circ + x^\circ) - (50^\circ + x^\circ) = 50^\circ$.

25. 证明: (1) $\because AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle ADE = \angle FCE$.
 $\because E$ 是 CD 的中点,
 $\therefore DE = CE$.
 在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中,
 $\begin{cases} \angle ADE = \angle FCE, \\ DE = CE, \\ \angle AED = \angle FEC, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$ (ASA).
 $\therefore FC = AD$.
 (2) 由 (1) 知 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$,
 $\therefore AE = EF, AD = FC$.
 $\therefore BE \perp AE$,
 $\therefore BE$ 是线段 AF 的垂直平分线.
 $\therefore AB = BF = BC + CF$.
 $\therefore AD = FC, \therefore AB = BC + AD$.

26. (1) 证明: $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle ABF = \angle CBF = \frac{1}{2} \angle ABC$.
 $\because AB \parallel CD, \therefore \angle ABF = \angle E$.
 $\therefore \angle CBF = \angle E, \therefore BC = CE$.
 $\therefore \triangle BCE$ 是等腰三角形.
 $\because F$ 为 BE 的中点,
 $\therefore CF$ 平分 $\angle BCD$,
 即 CG 平分 $\angle BCD$.
 (2) 解: $\because AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$.
 $\because \angle ABC = 52^\circ$,
 $\therefore \angle BCD = 128^\circ$.
 $\because CG$ 平分 $\angle BCD$,
 $\therefore \angle GCD = \frac{1}{2} \angle BCD = 64^\circ$.
 $\therefore \angle ADE = 110^\circ, \angle ADE = \angle CGD + \angle GCD$,
 $\therefore \angle CGD = \angle ADE - \angle GCD = 46^\circ$.

27. (1) 证明: 如图(1), 连接 AP ,
 则 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle APC}$,
 $\therefore \frac{1}{2} BC \cdot AM = \frac{1}{2} AB \cdot PD + \frac{1}{2} AC \cdot PE$,
 即 $\frac{1}{2} BC \cdot h = \frac{1}{2} AB \cdot h_1 + \frac{1}{2} AC \cdot h_2$.
 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,
 $\therefore BC = AB = AC, \therefore h = h_1 + h_2$.



第 27 题解图

(2) 解: ① 当点 P 在 $\triangle ABC$ 内时, $h = h_1 + h_2 + h_3$. 理由如下:

如图(2), 连接 AP, BP, CP , 则 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle ACP} + S_{\triangle BPC}$,

$$\therefore \frac{1}{2} BC \cdot AM = \frac{1}{2} AB \cdot PD + \frac{1}{2} AC \cdot PE + \frac{1}{2} BC \cdot PF,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} BC \cdot h = \frac{1}{2} AB \cdot h_1 + \frac{1}{2} AC \cdot h_2 + \frac{1}{2} BC \cdot h_3.$$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,
 $\therefore BC = AB = AC$.

$$\therefore h = h_1 + h_2 + h_3.$$

② 当点 P 在 $\triangle ABC$ 外时, $h = h_1 + h_2 - h_3$.

理由如下:

如图(3), 连接 AP, BP, CP .

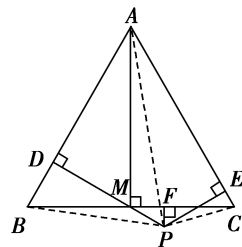
由三角形的面积公式, 得
 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle ACP} - S_{\triangle BPC}$,

$$\therefore \frac{1}{2} BC \cdot AM = \frac{1}{2} AB \cdot PD + \frac{1}{2} AC \cdot PE - \frac{1}{2} BC \cdot PF,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} BC \cdot h = \frac{1}{2} AB \cdot h_1 + \frac{1}{2} AC \cdot h_2 - \frac{1}{2} BC \cdot h_3.$$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,
 $\therefore AB = BC = AC$.

$$\therefore h = h_1 + h_2 - h_3.$$



第 27 题解图

第十六章 整式的乘法

16.1 幂的运算

第 1 课时 同底数幂的乘法

【课堂导学】

任务一

问题 1 不变 相加 a^{m+n}

问题 2 ④

问题 3 (1) 10^9 (2) 3^{10} (3) x^{2n} (4) y^5

[即时测评]

1. B 2. B

任务二

探究 1 解: $12 \star 3 = 10^{12} \times 10^3 = 10^{15}$, $4 \star 8 = 10^4 \times 10^8 = 10^{12}$.

探究 2 解: 相等. 理由如下:

$\because (a+b) \star c = 10^{a+b} \times 10^c = 10^{a+b+c}$, $a \star (b+c) = 10^a \times 10^{b+c} = 10^{a+b+c}$,

$\therefore (a+b) \star c = a \star (b+c)$.

[即时测评]

1. B

2. 解: 原式 $= 3^{2+7} - 3^{2+6} - 3^{1+7} = 3 \times 3^8 - 2 \times 3^8 = 3^8$.

任务三

例 解: (1) $\because x^3 \cdot x^a \cdot x^{2a+1} = x^{3a+4} = x^{31}$,

$\therefore 3a+4=31$, 解得 $a=9$.

(2) $\because x^3=3, x^6=9, \therefore x^9=x^3 \cdot x^6=27$.

(3) $\because 2^{3x+1}=64=2^6, \therefore 3x+1=6$, 解得 $x=\frac{5}{3}$.

[即时测评]

解: $a^{m+n+2} = a^m \cdot a^n \cdot a^2 = 3 \times 5a^2 = 15a^2$.

【课堂小结】

不变 相加 $a^{m+n} \quad a^m \cdot a^n$

【课后评价】

1. D 2. C 3. C 4. C 5. B 6. 2^{32}

7. (1)7 (2)10 (3) $m+n$ (4)6

8. 略 9. 略 10. 略 11. 略 12. 略

13. 解: (1)2

(2) $\because (2, 6)=x, (2, 7)=y, (2, 42)=z,$

$\therefore 2^x=6, 2^y=7, 2^z=42.$

$\therefore 2^{x+y}=2^z.$

$\therefore x+y=z.$

$\therefore (2, 6)+(2, 7)=(2, 42).$

第2课时 幂的乘方与积的乘方

【课堂导学】

任务一

问题1 解: (1) $2^{15} \quad a^{2m} \quad (2) a^{mn}$ 不变 相乘

(3) $5(a^4)^3 - 15(a^2)^6 = 5a^{12} - 15a^{12} = -10a^{12}.$

问题2 解: (1)不正确, 应改为 $(10^7)^4 = 10^{7 \times 4} = 10^{28}.$

(2)不正确, 应改为 $(x^5)^2 = x^{10}.$

(3)不正确, 应改为 $(-x)^2 = x^2.$

(4)正确.

(5)不正确, 应改为 $(-x^3)^2 = (x^3)^2 = x^{3 \times 2} = x^6.$

问题3 幂的乘方 同底数幂的乘法

【即时测评】

1. 3

2. 解: (1)原式 $= a^{3 \times 6} = a^{18}.$

(2)原式 $= -x^{5 \times 2} = -x^{10}.$

(3)原式 $= (m^2)^5 = m^{10}.$

(4)原式 $= (-1)^3 \cdot (a^{2n})^3 = -a^{6n}.$

任务二

探究1 (1) $a^2 b^2 \quad (2) a^3 b^3 \quad (3) a^n b^n$

探究2 解: (1)原式 $= 2^4 x^4 = 16x^4.$

(2)原式 $= x^3 \cdot (y^2)^3 = x^3 y^6.$

(3)原式 $= \left(-\frac{3}{2}\right)^3 t^3 = -\frac{27}{8} t^3.$

(4)原式 $= (-3)^2 \cdot (a^3)^2 = 9a^6.$

新知生成 乘方 幂相乘

【即时测评】

1. C

2. $x^6 y^2 \quad -x^9 y^3$

任务三

例 解: (1) $2^{m+n} = 2^m \cdot 2^n = ab.$

(2) $4^{2m+3n} = (2^2)^{2m+3n} = 2^{4m+6n} = 2^{4m} \cdot 2^{6n} = (2^m)^4 \cdot (2^n)^6 = a^4 b^6.$

(3) $36^m = (6^2)^m = (6^m)^2 = [(2 \times 3)^m]^2 = (2^m \cdot 3^m)^2 = (ac)^2 = a^2 c^2.$

【即时测评】

1. D 2. 36

【课堂小结】

不变 相乘 a^{mn} 乘方 幂相乘 $a^n b^n$

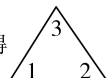
【课后评价】

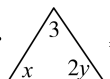
1. B 2. C

3. 幂的乘方, 同底数幂的乘法

4. 略 5. B 6. A 7. 略 8. 略 9. C 10. 4 11. 1 025

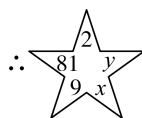
12. 略 13. 略 14. 略 15. 略

16. 解: (1)由题意, 得  $= 3^1 \times 3^2 = 3^3 = 27.$

(2) $\because$  $= 4,$

$\therefore 3^x \times 3^{2y} = 4.$

$\therefore 3^{x+2y} = 4.$



$= 2 \times (9^x \times 81^y)$

$= 2 \times [(3^x)^2 \times (3^{2y})^2]$

$= 2 \times [(3^x \times 3^{2y})^2]$

$= 2 \times (3^{x+2y})^2$

$= 2 \times 4^2$

$= 2 \times 16$

$= 32.$

16.2 整式的乘法

第1课时 单项式与单项式相乘

【课堂导学】

任务一

探究1 解: $(4 \times 10^9) \times (5 \times 10^2) = (4 \times 5) \times (10^9 \times 10^2) = 20 \times 10^{11} = 2 \times 10^{12}.$

应用了乘法的交换律、结合律及同底数幂的运算性质.

探究2 解: $ac^9 \cdot bc^2 = (a \cdot b) \cdot (c^9 \cdot c^2) = abc^{9+2} = abc^{11}.$

探究3 解: $4a^2 x^5 \cdot (-3a^3 bx^2) = (-3 \times 4) \cdot (a^2 \cdot a^3) \cdot (x^5 \cdot x^2) b = -12a^5 x^7 b.$

【归纳总结】 系数 同底数幂 因式 指数 因式

【即时测评】

C

任务二

例1 解: $9x^3 y^3 \cdot \left(-\frac{1}{3} x^2 y\right)^2 + (-x^2 y)^3 xy^2$
 $= 9x^3 y^3 \cdot \frac{1}{9} x^4 y^2 - x^6 y^3 \cdot xy^2 = x^7 y^5 - x^7 y^5 = 0.$

【即时测评】

解: (1)原式 $= \frac{1}{2} a^3 b \cdot \frac{8}{27} a^3 b^3 - \frac{1}{9} a^2 \cdot a^4 b^4 = \frac{4}{27} a^6 b^4 - \frac{1}{9} a^6 b^4 = \frac{1}{27} a^6 b^4.$

(2)原式 $= (-2a^2 b^3) \cdot a^2 b^4 + \frac{1}{4} a^4 b^6 \cdot 4b = -2a^4 b^7 + a^4 b^7 = -a^4 b^7.$

任务三

例2 $2a^2$ (或 $-2b^2$)

【即时测评】

1. 解: $7.9 \times 10^3 \times 5 \times 10^3 = 7.9 \times 5 \times 10^6 = 3.95 \times 10^7$ (m).

2. 解: $\frac{1}{7} xy^2 \cdot 14(xy)^2 \cdot \frac{1}{4} x^5 = \frac{1}{7} \times 14 \times \frac{1}{4} x^{1+2+5} y^{2+2}$
 $= \frac{1}{2} x^8 y^4.$

把 $x=4, y=\frac{1}{8}$ 代入, 得原式 $= \frac{1}{2} \times 4^8 \times \left(\frac{1}{8}\right)^4 = 8.$

【课堂小结】

系数 同底数幂 指数

【课后评价】

1. A 2. A 3. B 4. $-6x^3 y^3$

5. (1) $\times$ (2) $\times$ (3) $\times$ (4) $\times$ (5) $\checkmark$

6. B 7. D 8. $26xy$

9. 略 10. 略 11. 略 12. 略 13. 略 14. 略

15. 解: $\because -2a^{2n} b \cdot a^{3m+1} b^{n+m-1} = -2a^{3m+2n+1} b^{m+n}$ 与单项式 $5(a^3 b)^2 \cdot (a^2 b) = 5a^8 b^3$ 是同类项,

$$\therefore 3m+2n+1=8, m+n=3,$$

解得 $m=1, n=2$.

$$(1)(m-n)^{2 \cdot 027} = (1-2)^{2 \cdot 027} = -1.$$

$$(2)-2a^{2n}b \cdot a^{3m+1}b^{n+m-1}$$

$$= -2a^{3m+2n+1}b^{m+n}$$

$$= -2a^{3+4+1}b^{1+2}$$

$$= -2a^8b^3.$$

第2课时 单项式与多项式相乘

【课堂导学】

任务一

问题1 多项式 相加

问题2 (1) $3x^2-6xy$ (2) $-4a^2+8ab$ (3) $-2x^3y-8x^2y^3$ (4) $-3x^3+6x^2-3x$ (5) $-\frac{1}{3}x^3y^2+x^2y^2$

【即时测评】

$$1. C \quad 2. 4x^4y-6x^3y^2+3x^2y^3$$

任务二

例1 解: 原式 $= (x^3y-3xy^2+3xy^2) \cdot (-2xy) + 2x^4y^2 - x^3y^3 = x^3y \cdot (-2xy) + 2x^4y^2 - x^3y^3 = -2x^4y^2 + 2x^4y^2 - x^3y^3 = -x^3y^3$.

当 $x=-\frac{1}{2}, y=-5$ 时, 原式 $= -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-5)^3 = \frac{1}{8} \times (-125) = -\frac{125}{8}$.

【即时测评】

1. 解: (1)原式 $= -12a^4b^2+6a^3b^3-3a^3b^2$.

(2)原式 $= -5x^3y+5x^2y^2-x^3y-2x^2y^2 = -6x^3y+3x^2y^2$.

2. 解: $x(2x-5)-x(x+2)=x^2-6$.

去括号, 得 $2x^2-5x-x^2-2x=x^2-6$.

移项、合并同类项, 得 $-7x=-6$,

解得 $x=\frac{6}{7}$.

任务三

例2 解: 这个无盖的盒子的表面积为 $(6a^2+4b^2) \cdot 5a^4 - 4 \times (2a^3)^2 = 30a^6+20a^4b^2-16a^6 = (30-16)a^6+20a^4b^2 = (14a^6+20a^4b^2)m^2$.

【即时测评】

1. D

2. 解: 原式 $= a^3b^6-a^2b^4-ab^2 = (ab^2)^3-(ab^2)^2-ab^2 = (-3)^3-(-3)^2-(-3) = -27-9+3 = -33$.

【课堂小结】

每一项 相加

【课后评价】

1. C 2. D 3. A

4. (1) $2b^3-b^2-3b$ (2) $6x^3+8x^2+2x$

$$(3)x^3y-\frac{3}{2}x^2y^2$$

5. 略 6. D 7. A 8. 略 9. B 10. B 11. 略 12. 略

13. 略

14. 解: (1) $(2a^3b^2-3a^2b+4a) \cdot (-2b)$

$$= -4a^3b^3+6a^2b^2-8ab.$$

$$\therefore ab=3,$$

$$\therefore \text{原式} = -4 \times 3^3 + 6 \times 3^2 - 8 \times 3$$

$$= -108 + 54 - 24$$

$$= -78.$$

$$(2) \therefore a^2+a-1=0,$$

$$\therefore a^2+a=1, \therefore a^3+a^2=a.$$

$$\therefore a^3+2a^2+2 \cdot 027$$

$$= a^3+a^2+a^2+2 \cdot 027$$

$$= a+a^2+2 \cdot 027$$

$$= 1+2 \cdot 027$$

$$= 2 \cdot 028.$$

第3课时 多项式与多项式相乘

【课堂导学】

任务一

探究1 $(x+q)(x+p)(x+q)(x+p)$

探究2 $[(x+q)x+(x+q)p]$

探究3 $(x^2+qx+px+pq)$

探究4 $(x+q)x+(x+q)p = x^2+qx+px+pq$

$(x+q)(x+p) = x^2+px+qx+pq$

【归纳总结】 乘另一个多项式的每一项 相加

【即时测评】

1. A

2. (1) x^2-x-6 (2) $x^2+15x+56$ (3) $2a^2+7ab-15b^2$

$$(4)-6m^2+m+2$$

任务二

例 解: (1) $(x^2+mx-n)(2x-3) = 2x^3-3x^2+2mx^2-3mx-2nx+3n$

$$= 2x^3+(2m-3)x^2-(3m+2n)x+3n.$$

$\therefore$ 展开式中不含 x 和 x^2 项,

$$\therefore 2m-3=0, -(3m+2n)=0.$$

$$\therefore m=\frac{3}{2}, n=-\frac{9}{4}.$$

(2) $(m+n)(m^2-mn+n^2) = m^3-m^2n+mn^2+m^2n-mn^2+n^3 = m^3+n^3$.

当 $m=\frac{3}{2}, n=-\frac{9}{4}$ 时, 原式 $= \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(-\frac{9}{4}\right)^3 = \frac{27}{8} - \frac{729}{64} = -\frac{513}{64}$.

$$\frac{729}{64} = -\frac{513}{64}.$$

【即时测评】

1. 解: (1) $(x+2)(x-3)-(x-6)(x-1)=0,$

$$x^2-3x+2x-6-x^2+7x-6=0,$$

$$6x-12=0,$$

$$6x=12,$$

$$x=2.$$

(2) $(x+1)(x-1)+8 > (x+5)(x-1),$

$$x^2-1+8 > x^2+4x-5,$$

$$-4x > -12,$$

$$x < 3.$$

2. 解: $(x+3b)\left(x^2-2x+\frac{1}{2}a\right)$

$$= x^3+3bx^2-2x^2-6bx+\frac{1}{2}ax+\frac{3}{2}ab$$

$$= x^3+(3b-2)x^2+\left(\frac{1}{2}a-6b\right)x+\frac{3}{2}ab,$$

由题意, 得 $3b-2=0, \frac{3}{2}ab=-\frac{3}{2}, \therefore a=-\frac{3}{2}, b$

$$= \frac{2}{3}.$$

任务三

探究1 解: 由题意, 得

$$S=(2a+3b-a)(3a+2b)=(a+3b)(3a+2b)=(3a^2+11ab+6b^2)m^2.$$

探究2 解: 当 $a=2, b=4$ 时, $S=3 \times 2^2+11 \times 2 \times 4+6 \times 4^2=196(m^2)$.

【即时测评】

1. $5a^2+15a+5$

2. 3

【课堂小结】

乘另一个多项式的每一项 相加 $ap+aq+bp+bq$

【课后评价】

1. B 2. C 3. A 4. x^2-x+6

5. 略 6. A 7. -2 8. $>$ 9. $2b^2-18a^2$

10. 略 11. 略 12. 略 13. 略

14. 解: $\because$ 甲抄错了第一个多项式中 a 的符号, $\therefore (2x-a)(3x+b)=6x^2+11x-10$,

$$6x^2+2bx-3ax-ab=6x^2+11x-10,$$

$$6x^2+(2b-3a)x-ab=6x^2+11x-10.$$

$\therefore$ 乙抄漏了第二个多项式中 x 的系数,

$$\therefore (2x+a)(x+b)=2x^2-9x+10,$$

$$2x^2+2bx+ax+ab=2x^2-9x+10,$$

$$2x^2+(a+2b)x+ab=2x^2-9x+10.$$

$$\therefore \begin{cases} 2b-3a=11, \\ a+2b=-9, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-5, \\ b=-2. \end{cases}$$

$\therefore$ 正确结果为 $(2x+a)(3x+b)$

$$=(2x-5)(3x-2)$$

$$=6x^2-4x-15x+10$$

$$=6x^2-19x+10.$$

第4课时 整式的除法

【课堂导学】

任务一

问题 1 $a^m \cdot a^n$ 不变 相减

问题 2 解: (1) 错误, 改为 $a^6 \div a = a^5$.

(2) 错误, 改为 $b^6 \div b^3 = b^3$.

(3) 正确.

(4) 错误, 改为 $(-bc)^4 \div (-bc)^2 = b^2c^2$.

【即时测评】

B

任务二

问题 1 1 1

问题 2 解: (1) $x \neq \frac{3}{2}$

(2) 当 $2x-3=1$ 时, 解得 $x=2$. $\therefore x+2=2+2=4$. $\therefore 1^4=1$, 满足题意.

当 $2x-3=-1$ 时, 解得 $x=1$. $\therefore x+2=1+2=3$,

$\therefore (-1)^3=-1$, 不满足题意.

当 $x+2=0$ 时, 解得 $x=-2$. $\therefore 2x-3=2 \times (-2)-3=-7$.

$\therefore (-7)^0=1$, 满足题意.

综上所述, x 的值为 2 或 -2.

【即时测评】

$$\text{解: } (-2)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^0 - |-3| = 4 + 1 - 3 = 2.$$

任务三

问题 1 (1) $12a^3b^2x^3$ (2) $4a^2x^3$

问题 2 解: (1) 4 商式的系数等于被除式与除式中的系数的商.

(2) 2 商式中 a 的指数等于被除式与除式中 a 的指数的差.

(3) 0 商式中 b 的指数等于被除式与除式中 b 的指数的差.

(4) 3 商式中 x 的指数等于被除式中 x 的指数.

新知生成 系数 同底数幂 因式 指数

【即时测评】

解: (1) 原式 $= 9x^4$.

$$(2) \text{原式} = (36x^4y^6z^4) \div (4x^3y^4) = 9xy^2z^4.$$

任务四

探究 $3x^2+4x-5$

类比探究 $(6x^3) \div (2x) + (8x^2) \div (2x) - (10x) \div (2x)$

$$3x^2+4x-5$$

新知生成 每一项 单项式 相加

【即时测评】

$$8m^3+9m-10$$

【课堂小结】

$a^m \cdot a^n$ $a \neq 0$ 相除 相除 连同它的指数作为商的一个因式 每一项 这个单项式 相加

【课后评价】

1. C 2. D

3. (1) m^2 (2) a^4 (3) $-(x-y)^2$

4. C 5. A 6. B 7. A 8. A

9. $8a^2b-12b-16$

10. D 11. B 12. 略 13. 略 14. 略

15. 解: (1) $a^{2x-3y} = (a^{2x}) \div (a^{3y})$

$$= (a^x)^2 \div (a^y)^3$$

$$= 2^2 \div 3^3$$

$$= 4 \div 27$$

$$= \frac{4}{27}.$$

(2) 由原方程, 得 $(x-1)^{x^2-1} = 1$, 分三种情况:

当 $x^2-1=0$ 且 $x-1 \neq 0$ 时,

$$(x-1)^{x^2-1} = 1, \text{ 此时 } x = -1;$$

当 $x-1=1$ 时, $(x-1)^{x^2-1} = 1$, 此时 $x=2$;

当 $x-1=-1$ 且 x^2-1 为偶数时, $(x-1)^{x^2-1} = 1$, 此种情况无解.

综上所述, x 的值为 -1 或 2.

16.3 乘法公式

第1课时 平方差公式

【课堂导学】

任务一

问题 1 $a^2-ab+ab-b^2$ a^2-b^2 平方差

问题 2 解: (1) $(2a-3b)(3a-2b)$, 不符合 $(a+b)(a-b)$ 的形式, 不能用平方差公式计算.

(2) $(-4x-1)(-4x+1)$, 符合 $(a+b)(a-b)$ 的形式, 可以用平方差公式计算.

(3) $(-m-6n)(m+6n)$, 不符合 $(a+b)(a-b)$ 的形式, 不能用平方差公式计算.

(4) $(p^2-2q)(-p^2-2q)$, 符合 $(a+b)(a-b)$ 的形式, 可以用平方差公式计算.

综上, (2)(4) 可以用平方差公式进行计算.

问题 3 解: (1) $(-x^2-11)(x^2-11) = 121-x^4$.

$$(2) \left(-m - \frac{4}{5}n\right) \left(-m + \frac{4}{5}n\right) = m^2 - \frac{16}{25}n^2.$$

$$(3) \left(\frac{2}{3}p^2 + \frac{3}{2}q^3\right) \left(-\frac{2}{3}p^2 + \frac{3}{2}q^3\right) = \frac{9}{4}q^6 - \frac{4}{9}p^4.$$

【即时测评】

$$\pm \frac{1}{2}$$

任务二

探究 1 $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

探究 2 $a+2b$ $2b^2$

探究 3 解: $(x-y)[(x+2y)^4 \div (x+2y)^3] = (x-y)(x+2y) = x^2+xy-2y^2$.

【即时测评】

A

任务三

问题探究 解: 原式 $= (3-2)(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16})$
 $= (3^2-2^2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16})$
 $= (3^4-2^4)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16})$
 $= (3^8-2^8)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16})$
 $= (3^{16}-2^{16})(3^{16}+2^{16})$
 $= 3^{32}-2^{32}.$

[即时测评]

1. 1 2. 12

【课堂小结】

a^2-b^2 平方差

【课后评价】

1. B 2. B 3. 略

4. $a^2-2^2=(a-2)(a+2)$

5. B 6. B 7. x^3-9x

8. 略 9. 略 10. 略 11. 略 12. 略

13. 解: (1)①③

(2)① $\frac{1}{4}x^2-y^2$ ②6

③ $(3+1) \times (3^2+1) \times (3^4+1) \times (3^8+1) \times (3^{16}+1) \times \dots \times (3^{1024}+1)$

$= \frac{1}{2} \times (3-1) \times (3+1) \times (3^2+1) \times (3^4+1) \times (3^8+1) \times (3^{16}+1) \times \dots \times (3^{1024}+1)$

$= \frac{1}{2} \times (3^{2048}-1)$

$= \frac{3^{2048}-1}{2}.$

第2课时 完全平方公式

【课堂导学】

任务一

问题 1 (1) x^2+2x+1 $4x^2+4x+1$ $4x^2+12xy+9y^2$
 x^2-2x+1 $4x^2-4x+1$ $4x^2-12xy+9y^2$ (2) $a^2+2ab+b^2$ $a^2-2ab+b^2$

问题 2 (1) $2a-b$ $4a^2+4ab+b^2$ (2) $3x-4y$

$9x^2+24xy+16y^2$

新知生成 平方和 积的2倍 $a^2+2ab+b^2$ $a^2-2ab+b^2$

[即时测评]

解: (1) 原式 $= 16m^2+8mn+n^2.$

(2) 原式 $= y^2-y+\frac{1}{4}.$

(3) 原式 $= (a+b)^2=a^2+2ab+b^2.$

(4) 原式 $= (2a-3b)^2=4a^2-12ab+9b^2.$

任务二

例 解: (1) 原式 $= (100+2)^2=10\ 000+400+4=10\ 404.$

(2) 原式 $= \left(30+\frac{1}{2}\right)^2=900+30+\frac{1}{4}=930\frac{1}{4}.$

(3) 原式 $= (100-0.1)^2=10\ 000-20+0.01=9\ 980.01.$

[即时测评]

B

任务三

探究 1 $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

探究 2 解: $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab.$

$\because a-b=2, ab=5, \therefore (a+b)^2=(a-b)^2+4ab=4+4 \times 5=24.$

探究 3 解: 设长方形 EFGD 的边 $DE=m, DG=n$, 则 $m+74=n+54$, 即 $n-m=20$.

由于长方形 EFGD 的面积是 1 196, 即 $mn=1\ 196$.

故正方形 FHJL 的面积 $S=(m+n)^2=(n-m)^2+4mn=20^2+4 \times 1\ 196=5\ 184.$

[即时测评]

B

【课后评价】

1. D 2. B 3. B

4. (1) $\frac{3}{2}x-\frac{1}{9}y^2$ (2) $\frac{3}{4}a-4b-16b^2$

5. B 6. C 7. D 8. a^4-2a^2+1

9. 略 10. 略 11. 略 12. 略 13. 略

14. 解: (1) $\because x-y=6, x^2+y^2=24$, 而 $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$,

$\therefore 36=24-2xy.$

$\therefore xy=-6.$

(2) 设正方形 ACDE 的边长为 a , 正方形 BCFG 的边长为 b , 则 $a+b=AB=8, S_1+S_2=54$, 即 $a^2+b^2=54.$

$\because (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, 即 $64=54+2ab$,

$\therefore ab=5.$

$\therefore \triangle ACF$ 的面积为 $\frac{1}{2}ab=\frac{5}{2}.$

第3课时 添括号

【课堂导学】

任务一

探究 1 解: 两个等式等号两边交换后分别为 $3x+2x-x=3x+(2x-x)$, $3x-2x+x=3x-(2x-x).$

探究 2 不变符号 改变符号

探究 3 解: (1) 不正确, 应为 $a-2b-3m+n=a-(2b+3m-n).$

(2) 不正确, 应为 $m-2n+a-b=m+(-2n+a-b).$

(3) 正确.

(4) 不正确, 应为 $a-2b+c-1=-(-a+2b-c+1).$

[即时测评]

A

任务二

例 解: (1) 原式 $= (2x-1+x-2)(2x-1-x+2)=(3x-3)(x+1)=3x^2+3x-3x-3=3x^2-3.$

(2) 原式 $= 9a^2-6ab+b^2-a^2+9b^2=8a^2-6ab+10b^2.$

(3) 原式 $= (a+1)^2-(2b)^2=a^2+2a+1-4b^2.$

(4) 原式 $= [(x+2y)-1]^2=(x+2y)^2-2(x+2y)+1=x^2+4xy+4y^2-2x-4y+1.$

(5) $[(x+3)(x-3)]^2=(x^2-9)^2=x^4-18x^2+81.$

[即时测评]

C

【课堂小结】

不变符号 改变符号 $-b-c$ $b+c$ $-b-c$

【课后评价】

1. B 2. C

3. $b+c-d$

4. (1) $b+c-d$ (2) $b-c+d$ (3) $-c-d$

(4) $-c-d$

5. D 6. $x^4-2x^2y^2+y^4$ 7. 略 8. 2

9. 略 10. 略 11. 略 12. 略

13. 解: (1) $x+2y-n$

(2) 原式 $= [(2a+3b)-5][(2a+3b)+5]$

$= (2a+3b)^2-25$

$= 4a^2+12ab+9b^2-25.$

(3) 由题意, 得 $m+n=20 \div 2=10, mn=24$,

$$\begin{aligned}
 \text{则 } m^2+n^2 &= (m+n)^2-2mn \\
 &= 10^2-2 \times 24 \\
 &= 100-48 \\
 &= 52.
 \end{aligned}$$

第十七章 因式分解

17.1 用提公因式法分解因式

第1课时 用提公因式法分解因式

【课堂导学】

任务一

问题1 (1)乘积 (2)方向相反

问题2 解:(2)(3)是整式乘法,(1)(4)是因式分解.

[即时测评]

C

任务二

探究1 25

探究2 (1)c (2)x (3)3 (4)5b (5)ab

[即时测评]

C

[归纳总结] (1)每一项 (2)常数项 最大公因数 相同最小

任务三

问题1 公因式 公因式 公因式

问题2 解:(1) $3mx-6my=3m(x-2y)$.

(2) $x^2y+xy^2=xy(x+y)$.

(3) $12a^2b^3-8a^3b^2-16ab^4=4ab^2(3ab-2a^2-4b^2)$.

(4) $3x^2-6xy+x=x(3x-6y+1)$.

(5) $-24x^3-12x^2+28x=-4x(6x^2+3x-7)$.

[即时测评]

解:(1)原式 $=2x^2(x-2y^3+3y^2)$.

(2)原式 $=\frac{2}{9}x^2y^3(6x-y)$.

(3)原式 $=y(4xy^2-4x^2-y^2)$.

(4)原式 $=-3x(3x^2-4)$.

(5)原式 $=-2ax(ax-2y+3y^2)$.

任务四

例 解:由题意,得 $x-y=26$.

$\because x^2-xy=x(x-y)$,

$\therefore 26x=1\ 040$,解得 $x=40$.

$y=40-x=40-26=14$.

答:父亲今年40岁,儿子今年14岁.

[即时测评]

B

【课堂小结】

整式 整式乘法

【课后评价】

1. D

2. (1) $\times$ (2) $\times$ (3) $\checkmark$ (4) $\checkmark$ (5) $\times$
(6) $\times$ (7) $\checkmark$

3. D 4. C 5. B 6. B

7. $x(x-1)$ $m(3n+1)$

8. (1)a (2) x^2 (3) $5a^2$ (4)x

9. D 10. B 11. 略 12. 略 13. 略

14. 解: $\because (x+2)(x+4)=x^2+6x+8$,

$\therefore a=6$.

$\because (x+1)(x+9)=x^2+10x+9$,

$\therefore b=9$.

$\therefore (a-b)^2=(6-9)^2=9$.

第2课时 用提公因式法分解较复杂的因式

【课堂导学】

任务一

探究1 (1)- (2)- (3)+ (4)+ (5)-

探究2 + -

探究3 解:(1) $7(a-1)+x(a-1)=(a-1)(7+x)$.

(2) $3(a-b)^2+6(b-a)=3(a-b)^2-6(a-b)=3(a-b)(a-b-2)$.

(3) $2(m-n)^2-m(m-n)=(m-n)[2(m-n)-m]=(m-n)(m-2n)$.

(4) $x(x+y)(x-y)-x(x+y)^2=x(x+y)(x-y-x-y)=-2xy(x+y)$.

[即时测评]

解:原式 $=2(2y-x)^2(x+2y)+3(2y-x)(x+2y)^2$

$= (2y-x)(x+2y)[2(2y-x)+3(x+2y)]$

$= (2y-x)(x+2y)(4y-2x+3x+6y)$

$= (2y-x)(x+2y)(10y+x)$.

任务二

探究1 提公因式法 两

探究2 10 $(1+a)^{11}$

探究3 解:原式 $= (1+a)[1+a+a(1+a)+a(1+a)^2+\cdots+a(1+a)^{n-1}]$

$= (1+a)^2[1+a+a(1+a)+\cdots+a(1+a)^{n-2}]$

$= \cdots$

$= (1+a)^n(1+a)$

$= (1+a)^{n+1}$.

探究4 解:原式 $= (1+3)^{100}=4^{100}$.

[即时测评]

解: $20(a-2b)^2-12(a-2b)^2=4(a-2b)^2 \times (5-3)=8(a-2b)^2$.

当 $a=-9$, $b=3$ 时,原式 $=8 \times (-9-2 \times 3)^2=1\ 800$.

【课后评价】

1. C 2. A 3. A

4. $4x^2y^3(7yz-5x^2)$

5. 略

6. A 7. B 8. $3(a-b)$ 9. $x+3$

10. B 11. C

12. (1) $(x^2+y^2)(a-b)$ (2) $(m-n)^3(a+b)$

13. 略 14. 略

15. 解:解方程组 $\begin{cases} 3x-3y=6, \\ x-3y=1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\frac{5}{2}, \\ y=\frac{1}{2}. \end{cases}$

$7x(x-3y)^2-2(3y-x)^3$

$= 7x(x-3y)^2+2(x-3y)^3$

$= (x-3y)^2[7x+2(x-3y)]$

$= (x-3y)^2(9x-6y)$

$= 3(x-3y)^2(3x-2y)$.

原式 $= 3 \times 1^2 \times \left(3 \times \frac{5}{2} - 2 \times \frac{1}{2}\right)$

$= 3 \times \frac{13}{2}$

$= \frac{39}{2}$.

17.2 用公式法分解因式

第1课时 用平方差公式分解因式

【课堂导学】

任务一

回顾复习 (1)a 2 a^2-4 (2)3a 2b $9a^2-4b^2$

探究1 解: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

探究2 (1) $(x+y)(x-y)$ (2) $(x+1)(x-1)$

(3) $(a+4)(a-4)$ (4) $(3x+5)(3x-5)$

新知生成 $(a+b)(a-b)$ 积

[即时测评]

1. D 2. B

任务二

例 解: (1) $2a \cdot a - 2b^2 = 2(a^2 - b^2)$.

(2) 当 $a=15.7$, $b=4.3$ 时, 阴影部分的面积为 $2(a^2 - b^2) = 2(a+b)(a-b) = 2 \times (15.7+4.3) \times (15.7-4.3) = 456$.

[即时测评]

解: 原式 $= (4x+y+3y)(4x+y-3y)$

$= (4x+4y)(4x-2y)$

$= 8(x+y)(2x-y)$.

当 $x+y=2$, $y-2x=3$ 时, 原式 $= 8 \times 2 \times (-3) = -48$.

【课堂小结】

$(a+b)(a-b)$ 多项式 $-(a+b)(a-b)$ $(b+a)(b-a)$

【课后评价】

1. D 2. D

3. (1) $(x+3)(x-3)$ (2) $(x+2)(x-2)$

4. 略

5. D 6. B 7. D 8. 20

9. $\frac{1}{16}p^4$ $3ab$ $3ab$

10. A 11. B 12. C 13. 略 14. 略 15. 略

16. 解: (1) $\because 32 = 9^2 - 7^2$, $\therefore 32$ 是奇特数.

(2) 由这两个连续奇数构造的奇特数是 8 的倍数. 理由如下:

$(2n+1)^2 - (2n-1)^2$

$= (2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1)$

$= 8n$.

$\therefore$ 由这两个连续奇数构造的奇特数是 8 的倍数.

(3) $S = 39^2 - 37^2 + 35^2 - 33^2 + \cdots + 3^2 - 1^2$

$= (39+37)(39-37) + (35+33)(35-33) + \cdots + (3+1)(3-1)$

$= (39+37+35+33+\cdots+3+1) \times 2$

$= \frac{(1+39) \times 20}{2} \times 2$

$= 800$.

第2课时 用完全平方公式分解因式

【课堂导学】

任务一

回顾复习 $25a^2 - 40ab + 16b^2$ $4a^2b^2 - 12ab + 9$

探究1 $16 - 4 \frac{9}{16} \frac{3}{4}$

探究2 解: (1) 原式 $= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 = (2x+5)^2$.

(2) 原式 $= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot y + y^2 = (3x-y)^2$.

(3) 原式 $= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x \cdot y + y^2 = \left(\frac{1}{2}x+y\right)^2$.

(4) 原式 $= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$.

新知生成 (1) $(a+b)^2$ $(a-b)^2$ 和(或差) 平方

(2) 乘法公式 公式法

[即时测评]

1. C

2. 解: 原式 $= -(x^2 - 6xy + 9y^2) = -(x-3y)^2$.

任务二

探究1 解: 令 $x-y=A$, 则原式 $= 1+6A+9A^2 = (1+3A)^2$.

将“A”还原, 得原式 $= (1+3x-3y)^2$.

探究2 解: 令 $a^2 - 4a = B$, 则原式 $= (B+1)(B+7)+9 = B^2 + 8B + 16 = (B+4)^2$.

将“B”还原, 得原式 $= (a^2 - 4a + 4)^2 = (a-2)^4$.

探究3 解: $(n+1)(n+2)(n^2+3n)+1 = (n^2+3n+2)(n^2+3n)+1 = (n^2+3n)^2 + 2(n^2+3n)+1 = (n^2+3n+1)^2$.

$\therefore n$ 为正整数, $\therefore n^2+3n+1$ 为正整数.

$\therefore$ 代数式 $(n+1)(n+2)(n^2+3n)+1$ 的值一定是某个整数的平方.

[即时测评]

1. $(a-2b)^2$

2. 解: (1) 原式 $= -(x^2 - 4xy + 4y^2) = -(x-2y)^2$.

(2) 设 $a+3b=t$, 则原式 $= t^2 - 10t + 25 = (t-5)^2$.

故 $(a+3b)^2 - 10(a+3b) + 25 = (a+3b-5)^2$.

【课堂小结】

$(a+b)^2$ $(a-b)^2$ 多项式

【课后评价】

1. D 2. ± 2 3. $\frac{5}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$

4. A 5. C 6. B

7. $\left(\frac{1}{2}m - \frac{1}{3}n\right)^2$

8. D 9. A

10. $(a-2b-6)^2$ 11. 略 12. 略 13. 略

14. 解: (1) $x^2 + 4y^2 - 6x + 4y + 10 = 0$.

整理, 得 $x^2 - 6x + 9 + 4y^2 + 4y + 1 = 0$,

即 $(x-3)^2 + (2y+1)^2 = 0$.

$\therefore (x-3)^2 \geq 0$, $(2y+1)^2 \geq 0$, 且它们的和为 0,

$\therefore x=3$, $y=-\frac{1}{2}$.

$\therefore xy = 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$.

(2) $4x^2 + 4x + y^2 - 2y + 2 = 0$, 变形为 $(4x^2 + 4x + 1) + (y^2 - 2y + 1) = 0$, 即 $(2x+1)^2 + (y-1)^2 = 0$,

$\therefore 2x+1=0$ 且 $y-1=0$.

$\therefore x=-\frac{1}{2}$, $y=1$.

$\therefore 4x^2 - 4xy + y^2 = (2x-y)^2 = \left[2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 1\right]^2$

$= 4$.

(3) $a^2 + b^2 - 10a - 12b + 61 = 0$,

$a^2 - 10a + 25 + b^2 - 12b + 36 = 0$,

$(a-5)^2 + (b-6)^2 = 0$,

解得 $a=5$, $b=6$.

故 $1 < c < 11$,

则 c 的最大值为 10,

故 $\triangle ABC$ 的周长的最大值为 $5+6+10=21$.

第3课时 综合运用提公因式法和公式法分解因式

【课堂导学】

任务一

例 解: (1) 原式 $= -2a(x^2 - 8xy + 16y^2) = -2a(x-4y)^2$.

(2) 原式 $= a^2(x-y) - 4b^2(x-y) = (x-y)(a^2 - 4b^2)$

$= (x-y)(a+2b)(a-2b)$.

(3) 原式 $= (m^2 - 6)^2 + 10(m^2 - 6) + 25 = (m^2 - 6 + 5)^2$

$= (m^2 - 1)^2 = (m+1)^2(m-1)^2$.

〔即时测评〕

解：(1) $2a^2b - a^3 - ab^2 = -a(a^2 - 2ab + b^2) = -a(a-b)^2$.

(2) $9(a-b)^2 - (a+b)^2 = [3(a-b) + (a+b)][3(a-b) - (a+b)]$

$= (3a - 3b + a + b)(3a - 3b - a - b)$

$= (4a - 2b)(2a - 4b)$

$= 4(2a - b)(a - 2b)$.

(3) $(x^2 + 9y^2)^2 - 36x^2y^2 = (x^2 + 9y^2 + 6xy)(x^2 + 9y^2 - 6xy) = (x + 3y)^2(x - 3y)^2$.

(4) $(x^2 - 1)^2 - 6(x^2 - 1) + 9 = (x^2 - 1 - 3)^2$

$= (x^2 - 4)^2 = (x + 2)^2(x - 2)^2$.

任务二

探究 1 完全平方 $(x+3)^2$ 去括号

探究 2 解：(1) $x(x+2)(x-2) - 4x^2 - 8x = x(x+2)(x-2) - 4x(x+2)$

$= x(x+2)(x-2-4) = x(x+2)(x-6)$.

(2) $(x^2 + 16y^2)^2 - 64x^2y^2 = (x^2 + 16y^2 + 8xy)(x^2 + 16y^2 - 8xy) = (x + 4y)^2(x - 4y)^2$.

〔即时测评〕

1. D

2. 解：原式 $= a^2 + 3a + \frac{9}{4} = \left(a + \frac{3}{2}\right)^2$.

【课后评价】

1. A 2. D

3. (1) $2(x+2)(x-2)$ (2) $x(x+5)(x-5)$

4. 略 5. D

6. (1) $2(x+2)^2$ (2) $3a(x-y)^2$

7. $(x+2)^2(x-2)^2$

8. 略 9. D

10. (1) $(a-1)^2$ (2) $(x+3)^2$

11. 略 12. 略

13. 解：(1) $(x-1)(x+1)(x+2)(x+4) + 9$

$= [(x-1)(x+4)][(x+1)(x+2)] + 9$

$= (x^2 + 3x - 4)(x^2 + 3x + 2) + 9$.

设 $x^2 + 3x = M$,

$\therefore$ 原式 $= (M-4)(M+2) + 9$

$= M^2 - 2M - 8 + 9$

$= M^2 - 2M + 1$

$= (M-1)^2$

$= (x^2 + 3x - 1)^2$.

(2) $(x-6)(x-2)(x+1)(x+3) + 9x^2$

$= [(x-6)(x+1)][(x-2)(x+3)] + 9x^2$

$= (x^2 - 5x - 6)(x^2 + x - 6) + 9x^2$.

设 $x^2 - 6 = M$,

$\therefore$ 原式 $= (M-5x)(M+x) + 9x^2$

$= M^2 - 5x^2 - 4Mx + 9x^2$

$= M^2 - 4Mx + 4x^2$

$= (M-2x)^2$

$= (x^2 - 6 - 2x)^2$

$= (x^2 - 2x - 6)^2$.

第十八章 分式

18.1 分式及其基本性质

第 1 课时 从分数到分式

【课堂导学】

任务一

(1) $\frac{s}{t}$ (2) $\frac{a}{a+b}$ (3) $\frac{m}{a-b}$ (4) $\frac{am+bn}{a+b}$ (5) $\frac{p}{m-n}$

问题探究 整数 整式 字母

新知生成 字母

〔即时测评〕

1. B 2. A

任务二

问题 1 (1) 不等于 (2) 等于 (3) 等于 不等于

问题 2 解：(1) 由题意，得 $m^2 - 3m + 2 \neq 0$ ，解得 $m \neq 1$ 且 $m \neq 2$.

(2) 由题意，得 $(m-1)(m-3) = 0$ 且 $m^2 - 3m + 2 \neq 0$ ，解得 $m = 3$ ，则当 $m = 3$ 时，此分式的值为 0.

〔即时测评〕

1. C 2. A

任务三

例 解：当 $x = 4$ 时， $\frac{x+5}{x+6} = \frac{4+5}{4+6} = \frac{9}{10}$.

〔即时测评〕

解：当 $a = -2$ ， $b = 4$ 时， $\frac{a-b}{ab} = \frac{-2-4}{(-2) \times 4} = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4}$.

【课堂小结】

不等于 等于 等于 不等于

【课后评价】

1. B 2. D

3. $\frac{x}{x+1}$, $\frac{a^2-b^2}{a-b}$, $\frac{a}{\pi}$, $\frac{1}{5}(x+y)$, $-3x^2$, 0

4. C 5. $x \neq 3$ 6. 2 7. C

8. $\frac{5}{v+10}$

9. 解：(1) $100 \div m = \frac{100}{m}$ (h).

答：此人从甲地到乙地需要走 $\frac{100}{m}$ h.

(2) $100 \div (m+5) = \frac{100}{m+5}$ (h).

答：此人从甲地到乙地需要走 $\frac{100}{m+5}$ h.

10. B 11. A

12. 解：(1) 由 $\frac{x+2}{2x-3}$ 有意义，得 $2x-3 \neq 0$,

解得 $x \neq \frac{3}{2}$.

$\therefore$ 当 $x \neq \frac{3}{2}$ 时， $\frac{x+2}{2x-3}$ 有意义.

(2) 由 $\frac{6(x+3)}{|x|-12}$ 有意义，得 $|x|-12 \neq 0$,

解得 $x \neq \pm 12$.

$\therefore$ 当 $x \neq \pm 12$ 时， $\frac{6(x+3)}{|x|-12}$ 有意义.

(3) 由 $\frac{x+6}{x^2+1}$ 有意义，得 $x^2+1 \neq 0$.

$\therefore$ 当 x 为任意实数时， $\frac{x+6}{x^2+1}$ 都有意义.

13. 解： $\because$ 式子 $\frac{2x+1}{3y-1}$ 无意义，

$\therefore 3y-1=0$ ，解得 $y = \frac{1}{3}$.

原式 $= y^2 - x^2 + x^2 = y^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

14. 解：(1) 修这段路实际用的天数为 $\frac{1500}{2x+30}$ ，它是分式.

(2) 当 $x = 135$ 时，

$$\frac{1\ 500}{2x+30} = \frac{1\ 500}{2 \times 135 + 30} = \frac{1\ 500}{300} = 5(\text{天}),$$

故实际修完这段路用了 5 天.

15. 解: (1) 把 $x = -\frac{1}{2}$ 代入 $\frac{1}{x^2-2x+3}$ 中, 得

$$\frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 3} = \frac{1}{\frac{1}{4} + 1 + 3} = \frac{4}{17}.$$

把 $x = -2$ 代入 $\frac{1}{x^2-2x+3}$ 中, 得

$$\frac{1}{(-2)^2 - 2 \times (-2) + 3} = \frac{1}{4 + 4 + 3} = \frac{1}{11}.$$

把 $x=0$ 代入 $\frac{1}{x^2-2x+3}$ 中, 得 $\frac{1}{0^2-2 \times 0 + 3} = \frac{1}{3}.$

把 $x=1$ 代入 $\frac{1}{x^2-2x+3}$ 中, 得 $\frac{1}{1^2-2 \times 1 + 3} = \frac{1}{2}.$

把 $x = \frac{1}{2}$ 代入 $\frac{1}{x^2-2x+3}$ 中, 得 $\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} + 3} =$

$$\frac{1}{\frac{1}{4} - 1 + 3} = \frac{4}{9}.$$

(2) $\because x^2 - 2x + 3 = (x^2 - 2x + 1) + 2 = (x-1)^2 + 2,$

无论 x 为何值, $(x-1)^2 \geq 0,$

$\therefore (x-1)^2 + 2 \neq 0,$ 即 $x^2 - 2x + 3 \neq 0.$

$\therefore$ 无论 x 取何值, 分式 $\frac{1}{x^2-2x+3}$ 都有意义.

(3) $\because x^2 - 2x + m = (x^2 - 2x + 1) + (m-1) = (x-1)^2 + (m-1),$

$\therefore$ 当 $m-1 > 0,$ 即 $m > 1$ 时, 不论 x 取何实数, 分式

$\frac{1}{x^2-2x+m}$ 都有意义.

第 2 课时 分式的基本性质

【课堂导学】

任务一

回顾复习 分数的分子与分母都乘(或除以)同一个不为 0 的数, 分数的值不变

类比探究 (1) $2ab$ $2ab$ (2) $3ab$ $3ab$ (3) $x-1$

新知生成 分子 分母 不等于 0 不变

【即时测评】

1. D 2. A

任务二

例 1 解: (1) $\frac{-x^2}{x^2-y} = -\frac{x^2}{x^2-y}.$

$$(2) \frac{b}{-a^2-a} = -\frac{b}{a^2+a}.$$

$$(3) \frac{1-x-x^2}{1+x-x^2} = \frac{-x^2-x+1}{-x^2+x+1} = \frac{x^2+x-1}{x^2-x-1}.$$

$$(4) -\frac{3m-m^2}{1-m^2} = -\frac{-m^2+3m}{-m^2+1} = -\frac{m^2-3m}{m^2-1}.$$

【归纳总结】 两 不变

【即时测评】

解: (1) 原式 $= \frac{5y}{x^2}.$ (2) 原式 $= -\frac{a}{2b}.$ (3) 原式 $= -\frac{4m}{3n}.$

$$(4) \text{原式} = \frac{x}{2y}.$$

【课堂小结】

分子 分母 不等于 0 不变

【课后评价】

1. D 2. C 3. C

4. $x+1$

5. (1) $12a^2$ $6b^2$ (2) 4 $2x^3+4x^2$ (3) $1-p$

6. A

7. $12x+2y$

8. 解: (1) $\frac{-x}{5y} = -\frac{x}{5y}.$

$$(2) \frac{-a^2}{-7b} = \frac{a^2}{7b}.$$

$$(3) \frac{5m}{-4n} = -\frac{5m}{4n}.$$

9. B 10. A

11. 解: (1) 原式 $= \frac{-x+2}{-x^2+3} = \frac{-(x-2)}{-(x^2-3)} = \frac{x-2}{x^2-3}.$

$$(2) \text{原式} = -\frac{-3x^2-2x+1}{x^2+5x-4}$$

$$= -\frac{-(3x^2+2x-1)}{x^2+5x-4}$$

$$= \frac{3x^2+2x-1}{x^2+5x-4}.$$

12. 解: (1) 原式 $= \frac{(0.02-0.2x) \times 100}{(0.3x-0.03) \times 100}$

$$= \frac{2-20x}{30x-3}.$$

$$(2) \text{原式} = \frac{\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right) \times 6}{\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y\right) \times 6}$$

$$= \frac{3x-2y}{4x-3y}.$$

13. 解: (1) 等式 分式

$$(2) \text{设} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = k,$$

则 $x=2k, y=3k, z=6k,$

$$\therefore \frac{x+2y-z}{x-2y+3z} = \frac{2k+6k-6k}{2k-6k+18k} = \frac{2k}{14k} = \frac{1}{7}.$$

$\therefore$ 分式 $\frac{x+2y-z}{x-2y+3z}$ 的值为 $\frac{1}{7}.$

第 3 课时 分式的约分与通分

【课堂导学】

任务一

问题 1 公因式 公因式

问题 2 解: (1) $\frac{10a^3bc}{-5a^2b^3c^2} = \frac{5a^2bc \cdot 2a}{5a^2bc \cdot (-b^2c)} = -\frac{2a}{b^2c}.$

$$(2) \frac{a^3-4ab^2}{a^2-4ab+4b^2} = \frac{a(a^2-4b^2)}{(a-2b)^2} = \frac{a(a+2b)(a-2b)}{(a-2b)^2} =$$

$$\frac{a(a+2b)}{a-2b} = \frac{a^2+2ab}{a-2b}.$$

问题 3 解: $\frac{20}{15x} = \frac{4}{3x}, \frac{3x+2}{6x+4} = \frac{3x+2}{2(3x+2)} = \frac{1}{2},$

$$\frac{6ab}{5a^2} = \frac{6b}{5a}, \frac{3(a^2-b^2)}{a+b} = \frac{3(a+b)(a-b)}{a+b} = 3(a-b),$$

$$\frac{x-1}{3x-3} = \frac{x-1}{3(x-1)} = \frac{1}{3}, \text{ 所以 } \frac{5(2x-1)}{2x}, \frac{x+1}{2x+1} \text{ 是最简}$$

分式.

【归纳总结】 (1) 乘积 分解因式 (2) 最简分式 整式

(3) ① 公因式 ② 公因式

【即时测评】

1. B 2. D

任务二

探究 1 约分

探究 2 解: $\because \frac{a}{b} = \frac{1}{2}, \therefore b = 2a. \therefore$ 原式 = $\frac{a^2 - 2a \cdot 2a - 3(2a)^2}{a^2 - 6a \cdot 2a - 7(2a)^2} = \frac{-15a^2}{-39a^2} = \frac{5}{13}.$

任务三

问题 1 积 同分母

问题 2 D

[即时测评]

B

【课堂小结】

公因式 最简分式 最简分式 整式 同分母 公分母 最高次幂

【课后评价】

1. C 2. C

3. $\frac{a+b}{a}$

4. C 5. $5mn$ 6. C 7. $12x^2y(x-y)$ 8. A

9. 解: (1) $\because \frac{x}{3y}$ 与 $\frac{3x}{2y^2}$ 的最简公分母是 $6y^2$,

$$\therefore \frac{x}{3y} = \frac{2xy}{6y^2}, \frac{3x}{2y^2} = \frac{9x}{6y^2}.$$

(2) $\because \frac{6c}{a^2b}$ 与 $\frac{c}{3ab^2}$ 的最简公分母是 $3a^2b^2$,

$$\therefore \frac{6c}{a^2b} = \frac{18bc}{3a^2b^2}, \frac{c}{3ab^2} = \frac{ac}{3a^2b^2}.$$

10. C

11. 解: (1) 原式 = $\frac{6a^6x^3 \cdot 4a^6y^2}{6a^6x^3 \cdot 3} = \frac{4}{3}a^6y^2.$

$$(2) \text{原式} = \frac{m(a+b-c)}{a+b-c} = m.$$

$$(3) \text{原式} = \frac{(a-2b)^2}{(a+2b)(a-2b)} = \frac{a-2b}{a+2b}.$$

12. 解: (1) $\frac{x(x+y)^2}{(x+y)^2(x-y)}, \frac{y(x-y)}{(x+y)^2(x-y)},$

$$\frac{2(x+y)}{(x+y)^2(x-y)}.$$

$$(2) \frac{(x+1)(x-1)}{2(x+1)^2(x-1)}, \frac{6(x+1)}{2(x+1)^2(x-1)},$$

$$\frac{2x(x-1)}{2(x+1)^2(x-1)}.$$

13. 解: (1) 原式 = $\frac{a(a+b)}{(a+b)^2} = \frac{a}{a+b}.$

$$\text{当 } a=3, b=-2 \text{ 时, 原式} = \frac{3}{3-2} = 3.$$

$$(2) \text{原式} = \frac{(x+1)^2}{x+1} = x+1.$$

$$\text{当 } x=\sqrt{2}-1 \text{ 时, 原式} = \sqrt{2}-1+1=\sqrt{2}.$$

$$(3) \text{原式} = \frac{2(x+y)(x-y)}{(x+y)^2} = \frac{2(x-y)}{x+y}.$$

$$\text{把 } x+y=2, x-y=\frac{1}{2} \text{ 代入, 得原式} = \frac{1}{2}.$$

$$(4) \text{原式} = \frac{a(a^2-4b^2)}{a(a^2-4ab+4b^2)}$$

$$= \frac{a(a+2b)(a-2b)}{a(a-2b)^2}$$

$$= \frac{a+2b}{a-2b}.$$

$$\text{当 } a=-2, b=\frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = \frac{-2+2 \times \frac{1}{2}}{-2-2 \times \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}.$$

14. 解: (1)② (2)4

$$(3) \frac{m-n}{m^2+2mn+n^2}, \frac{m^2+2mn+n^2}{m-n}$$

18.2 分式的乘法与除法

第 1 课时 分式的乘除

【课堂导学】

任务一

回顾复习 (1) $\frac{8}{15}$ $\frac{10}{63}$ (2) $\frac{5}{6}$ $\frac{45}{14}$

类比探究 (1)① $\frac{2x}{y}$ ② $\frac{9}{2ac}$ (2)① $\frac{1}{2}x$ ② $\frac{b^2}{5a}$

新知生成 分子的积 分母的积 $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ 除式

$$\text{乘 } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

[即时测评]

1. 解: 原式 = $\frac{2a^3b}{c^3b^2} \cdot \frac{c^2}{6ab^2} = \frac{2a^3bc^2}{6ab^4c^3} = \frac{a^2}{3b^3c}.$

2. 解: 原式 = $-\frac{8a^2b}{4abc^2} = -\frac{2a}{c^2}.$

任务二

探究 1 D

探究 2 解: 正确的化简过程如下:

$$\frac{x^2-2x}{x-1} \div \frac{x^2}{1-x} = \frac{x^2-2x}{x-1} \cdot \frac{1-x}{x^2} = -\frac{x^2-2x}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x^2} =$$

$$-\frac{x(x-2)}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x^2} = \frac{2-x}{x}.$$

可以选择 2 或 -2 代入,

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, 原式} = \frac{2-2}{2} = 0.$$

$$\text{当 } x=-2 \text{ 时, 原式} = \frac{2-(-2)}{-2} = -2.$$

[即时测评]

1. 解: (1) 原式 = $\frac{x+3}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{x(x+3)} = \frac{1}{x(x-1)}.$

$$(2) \text{原式} = \frac{(x-3y)^2}{(x+3y)(x-3y)} \cdot \frac{x(x+3y)}{2(x-3y)} = \frac{x}{2}.$$

2. 解: (1) $M = \frac{(a-3)^2}{a+2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{a-3} = (a-3)(a-2)$

$$= a^2 - 5a + 6.$$

(2) 由题意, 得 $a \neq \pm 2, a \neq 3$, 当 $a = -3$ 时, $M = (-3)^2 - 5 \times (-3) + 6 = 30.$

任务三

例 解: (1) 根据题意, 得凤梨的单价为 $\frac{540}{(m-2)^2}$ 元; 西瓜的

单价为 $\frac{540}{m^2-4}$ 元.

(2) 根据题意, 得 $\frac{540}{(m-2)^2} \div \frac{540}{m^2-4} = \frac{540}{(m-2)^2} \cdot$

$$\frac{(m+2)(m-2)}{540} = \frac{m+2}{m-2}.$$

故凤梨的单价是西瓜单价的 $\frac{m+2}{m-2}$ 倍.

[即时测评]

$$1. \frac{a+5}{a} \quad 2. \frac{3a-6}{2a+4}$$

【课堂小结】

分解因式 约分

【课后评价】

1. C 2. C 3. D 4. $2n$ 5. $\frac{a-2}{a+3}$

6. A 7. D 8. B 9. $x+1$

10. $\frac{3x}{x-y}$ 11. D 12. ②④

13. 解: (1) 原式 $= 3ab^2 \cdot \frac{a}{6b^2} = \frac{a^2}{2}$.

$$(2) \text{原式} = \frac{x-y}{6xy} \cdot \frac{12x^2y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{2xy}{x+y}.$$

$$(3) \text{原式} = \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)(x+5y)} \cdot \frac{x+5y}{(x-y)^2} = \frac{1}{x-y}.$$

$$\begin{aligned} 14. \text{解: } & \frac{x-4}{x^2-9} \div \frac{A}{x-3} \\ &= \frac{x-4}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{x-3}{A} \\ &= \frac{x-4}{A(x+3)}. \end{aligned}$$

∴化简的结果为 $\frac{1}{x+3}$,

$$\therefore \frac{x-4}{A(x+3)} = \frac{1}{x+3}.$$

$$\therefore A = \frac{x-4}{x+3} \div \frac{1}{x+3}.$$

$$\therefore A = x-4.$$

15. 解: 选取② $\frac{x^2+x}{x^2-1}$, ③ $\frac{x}{x+1}$ 两个式子相乘,

$$\frac{x^2+x}{x^2-1} \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{x(x+1)}{x^2-1} \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{x^2}{x^2-1}.$$

当 $x=2$ 时, $\frac{x^2}{x^2-1} = \frac{2^2}{2^2-1} = \frac{4}{3}$. (答案不唯一)

16. 解: 能, 具体过程如下:

$$\begin{aligned} & \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{2x-2}{x+1} \\ &= \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} \div \frac{2(x-1)}{x+1} \\ &= \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{2(x-1)} \\ &= \frac{1}{2}, \end{aligned}$$

因此, 不管 x 取何值 (± 1 除外), 这个式子的值都是 $\frac{1}{2}$.

17. 解: (1) 设被手遮住部分的代数式为 A ,

$$\begin{aligned} \text{则 } A &= \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x}{x+1} \div \frac{x^2-1}{x^2-2x+1} = \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+1} \\ &= \frac{x}{x+1}. \end{aligned}$$

(2) 等式左边代数式的值不能等于 0. 理由如下:

若等式左边代数式的值为 0, 则 $\frac{x+1}{x-1} = 0$, 即 $x+1=0$,
解得 $x=-1$.

当 $x=-1$ 时, $x+1=0$, 分式 $\frac{x}{x+1}$ 无意义,

∴等式左边代数式的值不能等于 0.

第 2 课时 分式的乘方

【课堂导学】

任务一

$$\begin{aligned} \text{例 1 解: 原式} &= \frac{(a+2)(a-2)}{(a+4)(a-2)} \cdot \frac{1}{(a+2)(a-2)} \cdot \frac{(a-2)^2}{a-2} \\ &= \frac{1}{a+4}. \end{aligned}$$

[归纳总结] 分解因式 乘法

[即时测评]

1. A 2. C

$$3. \text{解: 原式} = \frac{a+b}{(a-b)^2} \cdot \frac{a-b}{b(a+b)} = \frac{1}{b(a-b)} = \frac{1}{ab-b^2}.$$

任务二

$$\text{问题 1 乘方 } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\text{问题 2 (1)} \frac{b^2}{25a^2} \quad (2) \frac{x}{8}$$

[归纳总结] 正 负

[即时测评]

A

任务三

$$\text{例 2 解: 原式} = \frac{4x^2}{9y^2} \cdot \frac{27y^3}{64x^3} \cdot \frac{4}{xy} = \frac{3}{4x^2}.$$

[即时测评]

$$\text{解: } \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 \cdot \left(\frac{3a}{b}\right)^3 \div \frac{a^2}{4b} = \frac{b^2}{4a^2} \cdot \frac{27a^3}{b^3} \cdot \frac{4b}{a^2} = \frac{27}{a}.$$

【课堂小结】

乘法 乘方 乘方 乘除

【课后评价】

$$1. A \quad 2. B \quad 3. \frac{a+b}{(a-b)^2}$$

$$\begin{aligned} 4. \text{解: (1)} & \frac{-3a}{b} \cdot \frac{ab^2}{-a^3b^2} \div \left(-\frac{6b}{a^2}\right) \\ &= -\frac{3a}{b} \cdot \frac{1}{a^2} \cdot \frac{a^2}{6b} \\ &= -\frac{a}{2b^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \frac{2x}{5x-3} \div \frac{3}{25x^2-9} \cdot \frac{x}{5x+3} \\ &= \frac{2x}{5x-3} \cdot \frac{(5x+3)(5x-3)}{3} \cdot \frac{x}{5x+3} \\ &= \frac{2}{3}x^2. \end{aligned}$$

$$5. B \quad 6. C \quad 7. A \quad 8. -\frac{ac^2}{b}$$

$$\begin{aligned} 9. \text{解: (1)} & \frac{2x^2y}{3mn^2} \cdot \frac{5m^2n}{4xy^2} \div \frac{5xym}{3n} \\ &= \frac{2x^2y}{3mn^2} \cdot \frac{5m^2n}{4xy^2} \cdot \frac{3n}{5xym} \\ &= \frac{1}{2y^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \left(-\frac{b^2}{2a}\right) \div \left(-\frac{b}{a^2}\right)^3 \div \left(\frac{1}{ab}\right)^3 \\ &= \left(-\frac{b^2}{2a}\right) \cdot \left(-\frac{a^6}{b^3}\right) \cdot a^3b^3 \\ &= \frac{1}{2}a^8b^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 \div \left(\frac{b}{a}\right) \cdot \left(-\frac{3b}{4a}\right)^3 \cdot \left(\frac{4a}{3b}\right)^2 \\ &= \frac{b^2}{4a^2} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{-27b^3}{64a^3} \cdot \frac{16a^2}{9b^2} \\ &= -\frac{b^2}{4a^2} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{27b^3}{64a^3} \cdot \frac{16a^2}{9b^2} \\ &= -\frac{3b^2}{16a^2}. \end{aligned}$$

$$(4) \left(\frac{a^3b^2}{2c}\right)^2 \cdot \left(-\frac{bc}{a^2}\right)^3 \div \left(-\frac{3b^2}{2a}\right)^2$$

$$= \frac{a^6 b^4}{4c^2} \cdot \left(-\frac{b^3 c^3}{a^6}\right) \cdot \frac{4a^2}{9b^4}$$

$$= -\frac{1}{9} a^2 b^3 c.$$

10. B

11. 解: (1) 原式 = $\frac{(x+1)(x-1)}{(x-2)^2} \cdot \frac{1}{x+1}$

$$\frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = \frac{x-1}{x-2}.$$

(2) 原式 = $\frac{x(x+1)}{x-4} \cdot \frac{(x-4)^2}{(x+1)(x-1)}$

$$\frac{-(x-1)}{(x+4)(x-4)} = -\frac{x}{x+4}.$$

(3) 原式 = $\frac{a+2}{(a-1)^2} \cdot \frac{(a-2)^2}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{(a+2)(a-2)}$

$$= \frac{a-2}{a-1}.$$

(4) 原式 = $\frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2} \cdot \frac{4(x+1)^2}{2(x+1)(x-1)} \cdot \frac{1}{(x-1)^2}$

$$= \frac{2}{(x-1)^2}.$$

12. 解: 原式 = $\frac{(x+1)(x-1)}{(x+2)^2} \cdot \frac{1}{x-1} \cdot \frac{x+2}{x+1}$

$$= \frac{1}{x+2}.$$

当 $x=0$ 时, 原式 = $\frac{1}{2}$. (答案不唯一)

13. 解: 由题意, 得 $(a+b)^2=49$, $(a-b)^2=1$, $a>0$, $b>0$, $a>b$,

$$\therefore (a+b)^2 - (a-b)^2 = 48, \quad a+b=7.$$

$$\therefore a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 48.$$

$$\therefore ab=12.$$

$$\therefore \text{原式} = (a^2 + b^2)(a+b)(a-b) \cdot \frac{ab}{a^2 + b^2} \cdot \frac{1}{6(a-b)}$$

$$= \frac{ab(a+b)}{6} = \frac{12 \times 7}{6} = 14.$$

14. 解: (1) “惠民一号”玉米试验田的面积是 $\pi(R-1)^2 \text{ m}^2$,

$$\text{单位面积产量是 } \frac{450}{\pi(R-1)^2} \text{ kg/m}^2.$$

“惠民二号”玉米试验田的面积是 $\pi(R^2-1^2) \text{ m}^2$, 单位面积

$$\text{产量是 } \frac{450}{\pi(R^2-1)} \text{ kg/m}^2.$$

$$\therefore R^2-1-(R-1)^2=2(R-1), \quad R-1>0,$$

$$\therefore 0 < (R-1)^2 < R^2-1.$$

$$\therefore \frac{450}{\pi(R^2-1)} < \frac{450}{\pi(R-1)^2}.$$

$\therefore$ “惠民一号”玉米的单位面积产量高.

(2) $\frac{450}{\pi(R-1)^2} \div \frac{450}{\pi(R^2-1^2)}$

$$= \frac{450}{\pi(R-1)^2} \cdot \frac{\pi(R^2-1)}{450}$$

$$= \frac{R+1}{R-1}.$$

故高的单位面积产量是低的单位面积产量的 $\frac{R+1}{R-1}$ 倍.

18.3 分式的加法与减法

第1课时 分式的加减

【课堂导学】

任务一

回顾复习 解: (1) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$

(2) 同分母分数相加减, 分母不变, 分子相加减.

类比探究 解: (1) $\frac{a+b}{c} - \frac{a-b}{c}$

(2) ① 原式 = $\frac{5m-(m+2n)}{(2m-n)^2} = \frac{4m-2n}{(2m-n)^2} = \frac{2(2m-n)}{(2m-n)^2}$

$$= \frac{2}{2m-n}.$$

② 原式 = $\frac{2m-n}{m-n} + \frac{m}{m-n} - \frac{2n}{m-n} = \frac{2m+m-n-2n}{m-n} =$

$$\frac{3m-3n}{m-n} = 3.$$

新知生成 不变 相加减 $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$

[即时测评]

1. A 2. A

任务二

例 解: 这位同学说得对. 理由如下:

$$\frac{x^2+2xy+y^2}{5x^2-4xy} \div \frac{x+y}{5x-4y} + \frac{x^2-y}{x} = \frac{(x+y)^2}{x(5x-4y)} \cdot \frac{5x-4y}{x+y}$$

$$+ \frac{x^2-y}{x}$$

$$= \frac{x+y}{x} + \frac{x^2-y}{x} = \frac{x+y+x^2-y}{x} = \frac{x^2+x}{x} = x+1,$$

$\therefore$ 此式的取值与 y 无关. $\therefore$ 这位同学说得对.

当 $x=2\ 026$ 时, 原式 = $2\ 026+1=2\ 027$.

[即时测评]

解: (1) -1

(2) 由 a, b, c 为连续的整数, $b-a=1$, 得到 $b=a+1$. 代入 $a+b=9$, 得 $2a+1=9$, 解得 $a=4$.

$$\text{原式} = \frac{2a}{a-2} - \frac{a-1}{a-2} = \frac{a+1}{a-2}. \text{ 当 } a=4 \text{ 时, 原式} = \frac{4+1}{4-2} = \frac{5}{2}.$$

任务三

问题 1 通分

问题 2 解: (1) 原式 = $\frac{x+1}{(x-1)(x+1)} + \frac{x-1}{(x-1)(x+1)}$

$$= \frac{x+1+x-1}{x^2-1} = \frac{2x}{x^2-1}.$$

(2) 原式 = $\frac{a+1}{(a-1)(a+1)} - \frac{2}{(a-1)(a+1)} = \frac{a+1-2}{(a-1)(a+1)}$

$$= \frac{a-1}{(a-1)(a+1)} = \frac{1}{a+1}.$$

[即时测评]

1. C 2. $\frac{1}{x+4}$

任务四

探究 1 ① 三分式的基本性质

② 五 括号前是“-”号, 去掉括号后, 括号里的第二项没有变号

探究 2 $-\frac{7}{2x+6}$

探究 3 解: 答案不唯一, 如: 最后结果应化为最简分式或整式; 约分、通分时, 应根据分式的基本性质进行变形.

[即时测评]

解: 原式 = $\frac{4x}{(x-3)(x+1)} - \frac{x^2+x}{(x+1)(x-3)}$

$$+ \frac{2x^2-6x}{(x+1)(x-3)}$$

$$= \frac{x^2-3x}{(x+1)(x-3)} = \frac{x(x-3)}{(x+1)(x-3)} = \frac{x}{x+1}.$$

当 $x=3$ 时, 原式 $= \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$.

【课堂小结】

分母 分子 通分 分母

【课后评价】

1. C 2. A 3. D 4. (1) 1 (2) 1 (3) $-x-2$

5. 解: (1) 原式 $= \frac{m^2+n^2-2mn}{m-n} = \frac{(m-n)^2}{m-n} = m-n$.

$$(2) \text{ 原式} = \frac{4y}{(x+y)(x-y)} + \frac{5x}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{x}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{4y+5x-x}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{4x+4y}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{4(x+y)}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{4}{x-y}.$$

$$(3) \text{ 原式} = \frac{x}{(x-y)^3} + \frac{y}{(x-y)^3}$$

$$= \frac{x+y}{(x-y)^3}.$$

6. (1) $\frac{2}{x(x-2)}$ (2) $\frac{1}{x-1}$ (3) $\frac{a-2}{a}$

7. 解: 原式 $= \frac{3x+12}{(x+4)(x-4)} - \frac{24}{(x+4)(x-4)}$

$$= \frac{3x-12}{(x+4)(x-4)}$$

$$= \frac{3(x-4)}{(x+4)(x-4)}$$

$$= \frac{3}{x+4}.$$

当 $x=5$ 时, 原式 $= \frac{3}{5+4} = \frac{1}{3}$.

8. 解: 从第②步开始出现错误, 正确的解题过程如下:

$$\text{原式} = \frac{m+1}{(m+1)(m-1)} - \frac{2}{(m+1)(m-1)}$$

$$= \frac{m+1-2}{(m+1)(m-1)}$$

$$= \frac{m-1}{(m+1)(m-1)}$$

$$= \frac{1}{m+1}.$$

9. A 10. (1) $\frac{a^2}{a+1}$ (2) $\frac{2ab}{a-b}$

11. 解: (1) 原式 $= \frac{2x(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{x(x+2)}{(x+2)(x-2)}$

$$+ \frac{4x}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{2x^2-4x-x^2-2x+4x}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{x^2-2x}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{x}{x+2}.$$

当 $x=1$ 时, 原式 $= \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$.

$$(2) \text{ 原式} = \frac{4n^2-2mn}{(2n+m)(2n-m)} + \frac{2mn+m^2}{(2n+m)(2n-m)}$$

$$+ \frac{4mn}{(2n+m)(2n-m)}$$

$$= \frac{4n^2+4mn+m^2}{(2n+m)(2n-m)}$$

$$= \frac{(2n+m)^2}{(2n+m)(2n-m)}$$

$$= \frac{2n+m}{2n-m}.$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{1}{5},$$

$$\therefore n = 5m.$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{2 \times 5m + m}{2 \times 5m - m} = \frac{11}{9}.$$

12. 解: 由对话可得 $a=-3$, $b=2$,

$$\text{原式} = \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)^2} + \frac{1-a-b}{a-b}$$

$$= \frac{a+b}{a-b} + \frac{1-a-b}{a-b}$$

$$= \frac{1}{a-b}.$$

当 $a=-3$, $b=2$ 时,

$$\text{原式} = \frac{1}{-3-2} = -\frac{1}{5}.$$

13. 解: 设 $\frac{4x-3}{(2x+1)(x-2)} = \frac{C}{2x+1} - \frac{D}{x-2}$,

$$\text{则} \frac{C}{2x+1} - \frac{D}{x-2}$$

$$= \frac{C(x-2)-D(2x+1)}{(2x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{(C-2D)x-(2C+D)}{(2x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{4x-3}{(2x+1)(x-2)},$$

$$\text{则} \begin{cases} C-2D=4, \\ 2C+D=3, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} C=2, \\ D=-1. \end{cases}$$

$$\text{故} \frac{4x-3}{(2x+1)(x-2)} = \frac{2}{2x+1} - \frac{-1}{x-2}.$$

第2课时 分式的混合运算

【课堂导学】

任务一

例1 解: (1) 原式 $= \frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)} - \frac{x-3}{x-2} \cdot \frac{x}{x-3} =$

$$\frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)} - \frac{x}{x-2} = \frac{x^2+4-x(x+2)}{(x+2)(x-2)} =$$

$$\frac{-2(x-2)}{(x+2)(x-2)} = -\frac{2}{x+2}.$$

$$(2) \text{ 原式} = \left(\frac{m^2}{m-1} - \frac{m+1}{1} \right) \cdot \frac{(1+m)(1-m)}{2m} =$$

$$\frac{m^2-(m^2-1)}{m-1} \cdot \frac{(m+1)(1-m)}{2m} = \frac{1}{m-1}.$$

$$\frac{(m+1)(1-m)}{2m} = -\frac{m+1}{2m}.$$

【即时测评】

1. A

$$2. \frac{m+3}{m-1}$$

任务二

探究1 解: $\because \frac{am+bm}{2m} = \frac{a+b}{2}, \frac{2n}{\frac{n}{a} + \frac{n}{b}} = \frac{2ab}{a+b},$

$$\therefore \frac{a+b}{2} - \frac{2ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{2(a+b)} = \frac{(a-b)^2}{2(a+b)} > 0.$$

$\therefore$ 小云两次所购买商品的平均价格高.

探究2 解: 奶奶吃亏.理由如下:

设篮子重 x kg, 则玉米重 $(20-x)$ kg, 应换取 $\frac{20-x}{2}$ kg 大米,

商贩给奶奶的大米重 $(10-x)$ kg, $\frac{20-x}{2} - (10-x) = \frac{x}{2} > 0. \therefore$ 在此过程中奶奶吃了亏.

[即时测评]

$$\left(1 + \frac{n-c}{m}\right)$$

任务三

例2 解: (1)①三 分式的基本性质 ②一 添括号时, 括号里面的第二项没有变号

$$\begin{aligned} (2) & \left(\frac{x^2-1}{x+2} - x + 1\right) \div \frac{x-1}{x^2+4x+4} \\ &= \frac{x^2-1-(x-1)(x+2)}{x+2} \cdot \frac{(x+2)^2}{x-1} \\ &= \frac{x^2-1-x^2-x+2}{x+2} \cdot \frac{(x+2)^2}{x-1} \\ &= \frac{-(x-1)}{x+2} \cdot \frac{(x+2)^2}{x-1} \\ &= -(x+2) \\ &= -x-2. \end{aligned}$$

当 $x=-4$ 时, 原式 $= -(-4)-2=4-2=2$.

[即时测评]

$$\begin{aligned} \text{解: } & \left(\frac{3}{a+1} - a + 1\right) \div \frac{a^2-4}{a^2+2a+1} = \frac{3-(a^2-1)}{a+1} \div \frac{a^2-4}{(a+1)^2} \\ &= \frac{4-a^2}{a+1} \cdot \frac{(a+1)^2}{a^2-4} = -a-1. \end{aligned}$$

$\because a+1 \neq 0, a^2-4 \neq 0, \therefore a \neq -1, a \neq \pm 2$.

$\therefore$ 当 $a=0$ 时, 原式 $= -0-1=-1$.

【课堂小结】

乘方 乘除 加减 括号里面的 从左到右 最简分式 整式

【课后评价】

1. A 2. $\frac{1}{x-y}$

$$\begin{aligned} 3. \text{解: } & \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{x+2}{x^2-1} \\ &= \frac{x+1+x-1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x+2} \\ &= \frac{2x}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x+2} \\ &= \frac{2x}{x+2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \text{解: 原式} &= \frac{(a+1)(a-1)+1}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a(a+1)} \\ &= \frac{a^2-1+1}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a(a+1)} \\ &= \frac{a^2}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a(a+1)} \\ &= \frac{a}{a+1}. \end{aligned}$$

5. C

$$6. \text{解: 由 } \frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}, \text{ 得 } \frac{1}{35} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{v},$$

$$\text{则 } \frac{1}{v} = \frac{1}{35} - \frac{1}{2000} = \frac{393}{14000},$$

$$\therefore v = \frac{14000}{393} \approx 35.6(\text{mm}).$$

$\therefore$ 拍摄时胶片到镜头的距离大约是 35.6 mm.

7. B 8. 3

$$\begin{aligned} 9. \text{解: 原式} &= \frac{a}{a-b} \cdot \frac{(a-b)^2}{(a+b)(a-b)} - \frac{a-b}{a+b} \\ &= \frac{a}{a+b} - \frac{a-b}{a+b} \\ &= \frac{b}{a+b}. \end{aligned}$$

$$\because b-2a=0, \therefore b=2a.$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{2a}{a+2a} = \frac{2}{3}.$$

10. B 11. A 12. B

$$\begin{aligned} 13. \text{解: } & \left(x-1-\frac{3}{x+1}\right) \div \frac{x^2-4}{x^2+2x+1} \\ &= \left[\frac{(x-1)(x+1)}{x+1} - \frac{3}{x+1}\right] \cdot \frac{(x+1)^2}{x^2-4} \\ &= \frac{x^2-4}{x+1} \cdot \frac{(x+1)^2}{x^2-4} \\ &= x+1. \end{aligned}$$

$$\because x+1 \neq 0, x^2+2x+1 \neq 0, x^2-4 \neq 0,$$

$$\therefore x \neq -1, x \neq \pm 2.$$

将 $x=1$ 代入上式, 得原式 $= 1+1=2$.

14. 解: (1) $(10m+10n)$

$$(2) \frac{2mn}{m+n}$$

$$(3) \text{甲两次购买的平均单价为 } \frac{10m+10n}{20} = \left(\frac{m+n}{2}\right) \text{ 元/千克,}$$

$$\therefore \frac{m+n}{2} - \frac{2mn}{m+n} = \frac{(m-n)^2}{2(m+n)} > 0,$$

$\therefore$ 乙的购买方式更合算.

18.4 整数指数幂

第1课时 整数指数幂

【课堂导学】

任务一

问题1 $\frac{1}{a^n}$ 倒数

问题2 $\frac{1}{125}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, 2$

[即时测评]

1. B 2. $>$

任务二

$$(1)a^{m+n} \quad (2)a^{mn} \quad (3)a^n b^n \quad (4)a^{m-n} \quad (5)\frac{a^n}{b^n} \quad (6)1$$

问题1 同底数幂的乘法 积的乘方 (1) a^{m+n} 整数

(2) a^{mn} 整数 (3) $a^n b^n$ 整数

$$\begin{aligned} \text{问题2 解: 原式} &= \frac{1}{2} \div \left(-\frac{5}{8}\right) p^{-1-(-2)} q^{-3-(-4)} = \\ &= -\frac{4}{5} pq. \end{aligned}$$

[即时测评]

$$\text{解: 原式} = x^2 y^3 \cdot x^4 y^{-6} = x^6 y^{-3} = \frac{x^6}{y^3}.$$

任务三

探究 1 解: $\because 3^m = 6, 9^n = 2,$

$$\therefore 3^{2m} = (3^m)^2 = 36, 3^{4n} = (3^{2n})^2 = (9^n)^2 = 4, \text{ 则 } 3^{2m-4n} = \frac{3^{2m}}{3^{4n}} = \frac{36}{4} = 9.$$

探究 2 解: $\because 3 \times 9^m \times 27^m = 3 \times 3^{2m} \times 3^{3m} = 3^{1+2m+3m} = 3^{21},$

$$\therefore 1+2m+3m=21, \text{ 解得 } m=4.$$

$$\therefore (-m^2)^3 \div (m^3 \div m^2)^m = -m^6 \div m^m = -4^6 \div 4^4 = -4^2 = -16.$$

[即时测评]

$$= -\frac{1}{27}m^{-6}n^6 \cdot \frac{1}{4}m^6n^{-8} = -\frac{1}{108n^2}$$

【课后评价】

1. C 2. A 3. 2

4. 解: (1) $10^{-4} = \frac{1}{10\,000}.$

(2) $(-71)^{-1} = -\frac{1}{71}.$

(3) $(-5)^{-3} = -\frac{1}{125}.$

(4) $(-3)^{-4} = \frac{1}{81}.$

(5) $(-1)^{-20} = 1.$

(6) $0.1^{-3} = 1\,000.$

5. D 6. a 7. $\frac{1}{4(x+y)^4(x-y)^2}$

8. 解: (1) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \div \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3-2-1}$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{-6}$$

$$= 64.$$

(2) $a^2 \div [(-a)^{-2} \cdot (-a)^3]$

$$= a^2 \div [(-a)^{-2+3}]$$

$$= a^2 \div (-a)$$

$$= -a.$$

(3) $[(-a)^{-1}]^2 \cdot (-a^2)^{-1}.$

$$= a^{-2} \cdot (-a^{-2})$$

$$= -a^{-2-2}$$

$$= -a^{-4}$$

$$= -\frac{1}{a^4}.$$

9. 解: (1) 原式 $= -\frac{3}{7} \times \frac{49}{36} + \frac{9}{4} \times 1$

$$= -\frac{7}{12} + \frac{27}{12}$$

$$= \frac{5}{3}.$$

(2) 原式 $= \left(-\frac{1}{8} - \frac{1}{8} \times 1\right) \times 4 \times 1$

$$= -1.$$

(3) 原式 $= \frac{1}{9} \times 9 - 2 \times (1+1-2)$

$$= \frac{1}{9} \times 9 - 0$$

$$= 1.$$

10. 解: (1) 原式 $= \frac{16x^4y^2}{z^2} \cdot \frac{1}{16x^4y^4z^4} \div \frac{1}{y^2z^6}$

$$= \frac{1}{y^2z^6} \cdot y^2z^6$$

$$= 1.$$

(2) 原式 $= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \div \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) - \frac{xy}{x+y}$

$$= \frac{y-x}{xy} \div \frac{(y-x)(y+x)}{x^2y^2} - \frac{xy}{x+y}$$

$$= \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{x^2y^2}{(y-x)(y+x)} - \frac{xy}{x+y}$$

$$= \frac{xy}{y+x} - \frac{xy}{x+y}$$

$$= 0.$$

(3) 原式 $= \left[\frac{x(x+y)}{x}\right]^{-1} \div \left(\frac{x-y}{x} \cdot \frac{-x}{x-y}\right)^{-5}$

$$= (x+y)^{-1} \cdot (-1)^5$$

$$= -\frac{1}{x+y}.$$

11. 解: 根据定义, 得

$$\text{原式} = 2^{-3} \times (-4)^2 - 1$$

$$= \frac{1}{8} \times 16 - 1$$

$$= 2 - 1$$

$$= 1.$$

12. 解: (1) $\because a^x = 2,$

$$\therefore (a^{3x} + a^{-3x})(a^{2x} + a^{-2x})^{-1}$$

$$= \left(8 + \frac{1}{8}\right) \left(4 + \frac{1}{4}\right)^{-1}$$

$$= \frac{65}{8} \times \frac{4}{17}$$

$$= \frac{65}{34}.$$

(2) $\because x^{-n} = 0.2,$ 即 $\frac{1}{x^n} = \frac{1}{5},$

$$\therefore x^n = 5.$$

$$\text{则 } (x^2y)^{2n}$$

$$= x^{4n}y^{2n}$$

$$= (x^n)^4(y^n)^2$$

$$= 5^4 \times 3^2$$

$$= 5\,625.$$

(3) 由 $2a+5b-3=0,$ 得 $2a+5b=3.$

$$4^a \cdot \left(\frac{1}{32}\right)^{-b} = 4^a \times 32^b = 2^{2a} \times 2^{5b} = 2^{2a+5b} = 2^3 = 8.$$

第 2 课时 科学记数法

【课堂导学】

任务一

问题 1 (1) 0.1 0.01 0.001 0.000 01

(2) $\frac{1}{100} \quad 10^{-2} \quad \frac{1}{1\,000} \quad 10^{-3} \quad \frac{1}{10\,000\,000\,000} \quad 10^{-10}$

(3) 相同

问题 2 (1) $1 \leq a < 10$ 小数点后第一个非零数前面零的个数

(2) $1 \leq |a| < 10$ 小数点后第一个非零数前面零的个数

问题 3 解: $0.000\,17 = 1.7 \times 10^{-4};$

$$0.000\,215 = 2.15 \times 10^{-4};$$

$$0.000\,000\,608\,9 = 6.089 \times 10^{-7};$$

$$-0.010\,002 = -1.000\,2 \times 10^{-2}.$$

新知生成 $a \times 10^{-n}$

[即时测评]

1. 解: (1) $0.000\,01 = 1 \times 10^{-5}.$

(2) $0.000\,000\,301 = 3.01 \times 10^{-7}.$

2. 解: (1) $2 \times 10^{-3} = 0.002$.

(2) $-7.01 \times 10^{-6} = -0.000\ 007\ 01$.

任务二

例 解: (1) $\because$ 一个正方体集装箱的棱长为 0.8 m ,
 $\therefore$ 这个集装箱的体积是 $0.8 \times 0.8 \times 0.8 = 0.512 = 5.12 \times 10^{-1} (\text{m}^3)$.

(2) $\because$ 一个小立方块的棱长为 $2 \times 10^{-2}\text{ m}$,

$\therefore 5.12 \times 10^{-1} \div (2 \times 10^{-2})^3 = 64\ 000$ (个).

答: 需要 $64\ 000$ 个这样的小立方块才能将集装箱装满.

[即时测评]

1. $>$

2. 解: 原式 $= 14 \times 10^{-20} = 1.4 \times 10^{-19}$.

【课堂小结】

$a \times 10^{-n}$

【课后评价】

1. B 2. -4.06×10^{-5}

3. 解: (1) $0.000\ 1 = 10^{-4}$.

(2) $0.000\ 13 = 1.3 \times 10^{-4}$.

(3) $0.000\ 000\ 204 = 2.04 \times 10^{-7}$.

(4) $-0.000\ 000\ 004\ 06 = -4.06 \times 10^{-9}$.

4. 解: (1) $2.07 \times 10^{-4} = 0.000\ 207$.

(2) $-4.32 \times 10^{-3} = -0.004\ 32$.

5. D 6. B 7. B

8. (1) 1.5×10^{-6} (2) 1×10^{-4}

9. B

10. 解: (1) $(2 \times 10^3) \times (5 \times 10^{-7})$

$= (2 \times 5) \times (10^3 \times 10^{-7})$

$= 10 \times 10^{-4}$

$= 1 \times 10^{-3}$.

(2) $(-2.4 \times 10^{-5}) \div (6 \times 10^{-3})$

$= -(2.4 \div 6) \times (10^{-5} \div 10^{-3})$

$= -0.4 \times 10^{-2}$

$= -4 \times 10^{-3}$.

(3) $(1 \times 10^3) \div (-2 \times 10^{-8})$

$= (-1 \div 2) \times (10^3 \div 10^{-8})$

$= -0.5 \times 10^{11}$

$= -5 \times 10^{10}$.

(4) $(1.2 \times 10^{-4})^2 \times (5 \times 10^2)^2 \div (3 \times 10^{-2})^2$

$= (1.44 \times 10^{-8}) \times (25 \times 10^4) \div (9 \times 10^{-4})$

$= (1.44 \times 25 \div 9) \times (10^{-8} \times 10^4 \div 10^{-4})$

$= 4 \times 1$

$= 4$.

11. 解: $1.001 \times 10^{-9} = 0.100\ 1 \times 10^{-8}$, $9.999 \times 10^{-7} = 99.99 \times 10^{-8}$.

$\because 0.100\ 1 < 1.002 < 9.99 < 99.99$,

$\therefore 1.001 \times 10^{-9} < 1.002 \times 10^{-8} < 9.99 \times 10^{-8} < 9.999 \times 10^{-7}$.

12. 解: 1 滴水的质量为 $1.051\ 2 \times 10^3 \times 1\ 000 \div (24 \times 60 \times 40 \times 365) = 0.05 = 5 \times 10^{-2} (\text{g})$.

答: 1 滴水的质量为 $5 \times 10^{-2}\text{ g}$.

13. 解: (1) $0.2^3 = 0.008 = 8 \times 10^{-3} (\text{m}^3)$.

答: 这块正方体铁块的体积是 $8 \times 10^{-3}\text{ m}^3$.

(2) $(2 \times 10^{-2})^3 = 2^3 \times 10^{-6} = 8 \times 10^{-6} (\text{m}^3)$,

$8 \times 10^{-3} \div (8 \times 10^{-6}) = 1 \times 10^3 = 1\ 000$ (块).

答: 需要 $1\ 000$ 块这样的小正方体铁块.

14. 解: 根据题意可知, 飞机与雷达之间的距离是

$3 \times 10^5 \times 12.6 \times 10^{-6} \times 0.5$

$= 18.9 \times 10^{-1}$

$= 1.89 (\text{km})$.

18.5 分式方程

第1课时 分式方程的定义及解法

【课堂导学】

任务一

问题 1 未知数

问题 2 ①②

[归纳总结] 未知数

[即时测评]

1. B 2. ②④⑤

任务二

探究 1 $x(1-x) - 36x = 18(1-x) \quad x = \frac{1}{3}$ 当 $x = \frac{1}{3}$

时, $x(1-x) \neq 0 \quad x = \frac{1}{3}$

探究 2 $1 - (x-2) = x \quad 1 - x + 2 = x \quad -2x = -3$ 除以 $-2 \quad x = \frac{3}{2}$

[归纳总结] 整式 最简公分母 整式 整式

[即时测评]

1. B

2. 解: (1) 方程两边乘 $x(x-2)$, 得 $5(x-2) = 7x$, 解得 $x = -5$.

检验: 当 $x = -5$ 时, $x(x-2) \neq 0$, 所以原分式方程的解为 $x = -5$.

(2) 方程两边乘 $3(x+1)$, 得 $3x = 2x + 3x + 3$, 解得 $x = -1.5$.

检验: 当 $x = -1.5$ 时, $3(x+1) \neq 0$, 所以原分式方程的解为 $x = -1.5$.

任务三

问题 1 $x+5=10 \quad x=5 \quad 0 \quad 0$ 无

问题 2 (1) 最简公分母 是 不是

问题 3 解: (1) 分式方程去分母, 得 $3x + 9 + ax = 4x - 12$.

由最简公分母的值为 0 , 得 $(x+3)(x-3) = 0$, 即 $x = 3$ 或 $x = -3$.

把 $x = 3$ 代入整式方程, 得 $18 + 3a = 0$, 解得 $a = -6$.

把 $x = -3$ 代入整式方程, 得 $-3a = -24$, 解得 $a = 8$.

综上所述, a 的值为 -6 或 8 .

(2) 分式方程去分母, 得 $3x + 9 + ax = 4x - 12$.

① 若最简公分母的值为 0 , 则 a 的值为 -6 或 8 .

② 整理整式方程, 得 $(a-1)x = -21$.

由方程无解, 得到 $a-1=0$, 即 $a=1$.

综上所述, a 的值为 1 或 8 或 -6 .

[即时测评]

解: 分式方程去分母, 得 $3-x-n=2x-8$.

$\because$ 分式方程无解, $\therefore x-4=0$, 即 $x=4$.

把 $x=4$ 代入整式方程, 得 $-1-n=0$, 解得 $n=-1$.

【课堂小结】

分母 检验

【课后评价】

1. C 2. C 3. D 4. ② 5. C 6. A

7. (1) $x = -1$ (2) $x = -3$

8. 解: (1) 方程两边同乘 $(x+1)(x-1)$,

得 $2 + x(x+1) = (x+1)(x-1)$,

解得 $x = -3$.

检验: 当 $x = -3$ 时, $(x+1)(x-1) \neq 0$,

$\therefore$ 原分式方程的解是 $x = -3$.

(2) 方程两边同乘 $3x+3$, 得 $3x - (3x+3) = 2x$,

解得 $x = -\frac{3}{2}$.

检验: 当 $x = -\frac{3}{2}$ 时, $3x+3 \neq 0$,

$\therefore x = -\frac{3}{2}$ 是原分式方程的解.

9. -1 10. 2 或 -1

11. 解: (1) 方程两边同乘 $2x-1$, 得 $2x-3=2(2x-1)$,

解得 $x = -\frac{1}{2}$.

检验: 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, $2x-1 \neq 0$,

$\therefore$ 原分式方程的解为 $x = -\frac{1}{2}$.

(2) 方程两边同乘 x^2-4 , 得

$8+x^2-4=x(x+2)$,

解得 $x=2$.

检验: 当 $x=2$ 时, $x^2-4=0$, 因此 $x=2$ 不是原分式方程的解.

$\therefore$ 原分式方程无解.

12. 解: 根据题意, 得 $\frac{3}{x-2} + \frac{2}{6-x} = 0$.

方程两边同乘 $(6-x)(x-2)$, 得 $3(6-x)+2(x-2)=0$,

解得 $x=14$.

检验: 当 $x=14$ 时, $(6-x)(x-2) \neq 0$,

$\therefore x=14$ 是原分式方程的解.

$\therefore$ 当 $x=14$ 时, 分式 $\frac{3}{x-2}$ 与 $\frac{2}{6-x}$ 互为相反数.

13. 解: (1) 方程两边同乘 $(x-2)$, 得

$5+3(x-2)=-1$,

解得 $x=0$.

经检验, $x=0$ 是原分式方程的解.

(2) 设“?”为 m , 则 $\frac{m}{x-2}+3=\frac{1}{2-x}$.

方程两边同乘 $(x-2)$, 得 $m+3(x-2)=-1$.

$\therefore x=2$ 是原分式方程的增根,

$\therefore$ 把 $x=2$ 代入上面的等式, 得 $m+3 \times (2-2)=-1$,

解得 $m=-1$.

$\therefore$ 原分式方程中“?”代表的数是 -1 .

14. 解: (1) 第四个方程为 $x + \frac{4 \times 5}{x} = 4 + 5$, 即 $x + \frac{20}{x} = 9$,

由 $x + \frac{4 \times 5}{x} = 4 + 5$, 得 $x=4$ 或 $x=5$.

(2) 由题意, 得第 n 个方程为 $x + \frac{n(n+1)}{x} = 2n+1$,

解得 $x=n$ 或 $x=n+1$.

(3) 将原方程变形, 得 $(x+2) + \frac{n(n+1)}{x+2} = n + (n+1)$,

$\therefore x+2=n$ 或 $x+2=n+1$.

$\therefore$ 方程的解是 $x=n-2$ 或 $x=n-1$.

当 $n-2=10$ 时, $n=12$,

当 $n-1=10$ 时, $n=11$,

$\therefore n$ 的值是 12 或 11.

第2课时 分式方程的应用

【课堂导学】

任务一

例1 $2x - \frac{300}{2x} - \frac{300}{x} - \frac{300}{2x} = 3$ $x=50$ 50

$2x \neq 0$ $x=50$ 50

任务二

例2 $2x - \frac{135}{5x} - \frac{135}{2x} + 30 \text{ min} - \frac{135}{2x} - 5 + \frac{1}{2} = \frac{135}{5x}$ $x=9$ 当 $x=9$ 时, $10x \neq 0$ $x=9$ 18 45

【即时测评】

$\frac{40}{x} = \frac{50}{x+12}$

【课后评价】

1. C 2. C

3. 两人每小时共种植 7 棵花苗

4. C 5. 168 6. 125

7. 解: 设该市谷时电价为 x 元/度, 则该市峰时电价为 $(x+0.2)$ 元/度.

根据题意, 得 $\frac{50}{x+0.2} = \frac{30}{x}$,

解得 $x=0.3$.

经检验, $x=0.3$ 是所列方程的解, 且符合题意.

答: 该市谷时电价为 0.3 元/度.

8. 解: 设 B 型机器每天处理 x t 垃圾, 则 A 型机器每天处理 $(x+40)$ t 垃圾.

根据题意, 得 $\frac{500}{x+40} = \frac{300}{x}$,

解得 $x=60$.

经检验, $x=60$ 是所列方程的解, 且符合题意.

答: B 型机器每天处理 60 t 垃圾.

9. 解: 设 D 型车的平均速度是 x km/h, 则 C 型车的平均速度是 $3x$ km/h.

根据题意, 得 $\frac{300}{x} - \frac{300}{3x} = 2$,

解得 $x=100$.

经检验, $x=100$ 是所列分式方程的解, 且符合题意.

答: D 型车的平均速度是 100 km/h.

10. 解: 设甲组有 x 名工人, 则乙组有 $(35-x)$ 名工人.

根据题意, 得 $\frac{2\,700}{35-x} = \frac{3\,000}{x} \times 1.2$,

解得 $x=20$.

经检验, $x=20$ 是所列分式方程的解, 且符合题意.

$\therefore 35-x=35-20=15$.

答: 甲组有 20 名工人, 乙组有 15 名工人.

11. 解: (1) 设《周髀算经》的单价是 x 元, 则《孙子算经》的单价是 $\frac{3}{4}x$ 元.

根据题意, 得 $\frac{600}{\frac{3}{4}x} - \frac{600}{x} = 5$,

解得 $x=40$.

经检验, $x=40$ 是所列分式方程的解, 且符合题意.

$\therefore \frac{3}{4}x = \frac{3}{4} \times 40 = 30$.

答: 《孙子算经》的单价是 30 元, 《周髀算经》的单价是 40 元.

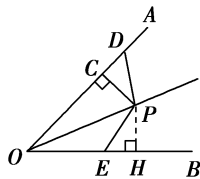
(2) 设购买 m 本《孙子算经》, 则购买 $(80-m)$ 本《周髀算经》.

根据题意, 得 $80-m \geq \frac{1}{2}m$,

解得 $m \leq \frac{160}{3}$.

设购买这两种图书共花费 w 元, 则 $w = 30 \times 0.8m +$

24. (1) 证明: 如图, 过点 P 作 $PH \perp OB$ 于点 H .



$\because P$ 为 $\angle AOB$ 的平分线上的一点,
 $PC \perp OA$ 于点 C ,
 $PH \perp OB$ 于点 H ,
 $\therefore \angle PCD = \angle PHE = 90^\circ$, $PH = PC$.

$\because \angle ODP = 180^\circ - \angle OEP$,
 $\angle PEH = 180^\circ - \angle OEP$,

$\therefore \angle ODP = \angle PEH$,

即 $\angle PDC = \angle PEH$.

在 $\triangle PCD$ 和 $\triangle PHE$ 中,

$$\begin{cases} \angle PDC = \angle PEH, \\ \angle PCD = \angle PHE, \\ PC = PH, \end{cases}$$

$\therefore \triangle PCD \cong \triangle PHE$ (AAS).

$\therefore PD = PE$.

(2) 解: 由 $\triangle PCD \cong \triangle PHE$, 得 $CD = EH$,

$\therefore DO + EO = CO + CD + EO = CO + EH + EO = CO + HO$.

易证 $\triangle OPC \cong \triangle OPH$, $\therefore CO = HO$.

$\therefore DO + EO = 2CO$.

$\therefore CO = 6$, $\therefore DO + EO = 12$.

25. 解: (1) 设购买一个二等奖奖品需要 x 元, 则购买一个一等奖奖品需要 $(x+20)$ 元.

根据题意, 得 $\frac{400}{x+20} = \frac{1}{2} \cdot \frac{160}{x}$,

解得 $x = 5$.

经检验, $x = 5$ 是原分式方程的解, 且符合题意.

$\therefore x + 20 = 25$.

答: 购买一个一等奖奖品需要 25 元, 购买一个二等奖奖品需要 5 元.

(2) 设该学校购买 a 个一等奖奖品, 则需购买 $(2a+8)$ 个二等奖奖品.

根据题意, 得 $25a + 5(2a+8-a) \leq 670$,

解得 $a \leq 21$.

答: 该学校最多可购买 21 个一等奖奖品.

26. (1) 证明: $\because \angle BAC = \angle DAE = 40^\circ$,
 $\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$,
 即 $\angle BAD = \angle CAE$.
 在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE, \end{cases}$$
 $\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$ (SAS).
 $\therefore BD = CE$.

(2) 120° $EC = BD$

证明: $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均是等边三角形,

$\therefore AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAC = \angle DAE = \angle ADE = 60^\circ$.

$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$.

$\therefore \angle BAD = \angle CAE$.

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$ (SAS).

$\therefore EC = BD$, $\angle ADB = \angle AEC$.

$\because \angle ADE = 60^\circ$,

$\therefore \angle AEC = \angle ADB = 180^\circ - \angle ADE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

27. (1) 证明: $\because AB = AC$, $\angle A = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

$\therefore AB = BC = AC$.

$\because BD$, CE 分别平分 $\angle ABC$, $\angle ACB$,

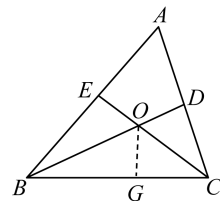
$\therefore D$, E 分别是 AC , AB 的中点.

$\therefore BE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC$, $CD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BC$.

$\therefore BC = CD + BE$.

(2) 解: 结论成立. 理由如下:

如图, 设 BD 交 CE 于点 O , 在 BC 上取一点 G , 使得 $BG = BE$, 连接 OG .



$\because \angle A = 60^\circ$,

$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 120^\circ$.

$\because BD$, CE 分别平分 $\angle ABC$, $\angle ACB$,

$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle ACB = 60^\circ$.

$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

$\therefore \angle BOE = \angle COD = 60^\circ$.

在 $\triangle EBO$ 和 $\triangle GBO$ 中,

$$\begin{cases} BE = BG, \\ \angle EBO = \angle GBO, \\ BO = BO, \end{cases}$$

$\therefore \triangle EBO \cong \triangle GBO$ (SAS).

$\therefore \angle BOE = \angle BOG = 60^\circ$.

$\therefore \angle COD = \angle COG = 60^\circ$.

在 $\triangle OCD$ 和 $\triangle OCG$ 中,

$$\begin{cases} \angle COD = \angle COG, \\ CO = CO, \\ \angle DCO = \angle GCO, \end{cases}$$

$\therefore \triangle OCD \cong \triangle OCG$ (ASA).

$\therefore CD = CG$.

$\therefore BC = CG + BG = CD + BE$.